

Αβεβαιότητα (Uncertainty)

Παράδειγμα κατασκευής μοντέλου προβλήματος στο Excel και διαχείρισης της αβεβαιότητας που το ίδιο το πρόβλημα εμπεριέχει.

Ανάλυση προβλήματος

Βήμα 1: Καθορισμός του προβλήματος υπό εξέταση

Βήμα 2: Καθορισμός των παραγόντων υπό τον έλεγχό μας (αποφάσεις).

Βήμα 3: Καθορισμός των παραγόντων που δεν είναι υπό τον έλεγχό μας (γεγονότα).

Βήμα 4: Καθορισμός των παραγόντων που περιορίζουν την απόφασή μας.

Παράδειγμα: Μια θεατρική επιχείρηση προτίθεται να ανεβάσει ένα θεατρικό έργο για μια μόνο παράσταση. Υπάρχει ένα διαθέσιμο μικρό θέατρο με 300 θέσεις, ένα μεσαίου μεγέθους με 1200 θέσεις και ένα μεγάλο με 3600 θέσεις. Οι τιμές αντίστοιχα είναι 600€, 1800€ και 5500€.

Η επιχείρηση δεν γνωρίζει τη ακριβή ζήτηση εισιτηρίων. Ωστόσο εκτιμά ότι θα υπάρξει «μικρό ενδιαφέρον» 250 θεατών με πιθανότητα 20%, «μέτριο ενδιαφέρον» 800 θεατών με πιθανότητα 70%, «μεγάλο ενδιαφέρον» 2300 θεατών με πιθανότητα 9% και «πολύ μεγάλο ενδιαφέρον» 4500 θεατών με πιθανότητα 1%. Η τιμή κάθε εισιτηρίου είναι 10€.

Ποιο θέατρο συμφέρει την επιχείρηση να ενοικιάσει;

Υπάρχουν 3 εναλλακτικές αποφάσεις που μπορούν να ληφθούν και 4 πιθανές καταστάσεις οι οποίες μπορεί να συμβούν συνολικά υπάρχουν 12 ενδεχόμενα.

Ο βασικός τύπος που δίνει το κέρδος είναι ο ακόλουθος:

κέρδος = $(10€ * \min(\text{χωρητικότητα, ζήτηση})) - \text{ενοίκιο}$

1) Μικρό θέατρο και μικρό ενδιαφέρον

Χωρητικότητα θεάτρου: 300

Ζήτηση εισιτηρίων: 250

$\min(\text{χωρητικότητα, ζήτηση}): 250$

ενοίκιο = 600€

κέρδος = $(10€ * 250) - 600€ = 1900€$

2) Μικρό θέατρο και μέτριο ενδιαφέρον

Χωρητικότητα θεάτρου: 300

Ζήτηση εισιτηρίων: 800

$\min(\text{χωρητικότητα, ζήτηση}): 300$

ενοίκιο = 600€

κέρδος = $(10€ * 300) - 600€ = 2400€$

3) Μικρό θέατρο και μεγάλο ενδιαφέρον

κέρδος = $(10€ * 300) - 600€ = 2400€$

4) Μικρό θέατρο και πολύ μεγάλο ενδιαφέρον

κέρδος = $(10€ * 300) - 600€ = 2400€$

5) Μεσαίο θέατρο και μικρό ενδιαφέρον

Χωρητικότητα θεάτρου: 1200

Ζήτηση εισιτηρίων: 250

$\min(\text{χωρητικότητα, ζήτηση}): 250$

ενοίκιο = 1800€

κέρδος = $(10€ * 250) - 1800€ = 700€$

6) Μεσαίο θέατρο και μέτριο ενδιαφέρον

Χωρητικότητα θεάτρου: 1200

Ζήτηση εισιτηρίων: 800

min(χωρητικότητα, ζήτηση): 800

ενοίκιο = 1800€

κέρδος = $(10€ * 800) - 1800€ = 6200€$ **7) Μεσαίο θέατρο και μεγάλο ενδιαφέρον**

Χωρητικότητα θεάτρου: 1200

Ζήτηση εισιτηρίων: 2300

min(χωρητικότητα, ζήτηση): 1200

ενοίκιο = 1800€

κέρδος = $(10€ * 1200) - 1800€ = 10800€$ **8) Μεσαίο θέατρο και πολύ μεγάλο ενδιαφέρον**κέρδος = $(10€ * 1200) - 1800€ = 10800€$ **9) Μεγάλο θέατρο και μικρό ενδιαφέρον**

Χωρητικότητα θεάτρου: 3600

Ζήτηση εισιτηρίων: 250

min(χωρητικότητα, ζήτηση): 250

ενοίκιο = 5500€

κέρδος = $(10€ * 250) - 5500€ = -3000€$ **10) Μεγάλο θέατρο και μέτριο ενδιαφέρον**

Χωρητικότητα θεάτρου: 3600

Ζήτηση εισιτηρίων: 800

min(χωρητικότητα, ζήτηση): 800

ενοίκιο = 5500€

κέρδος = $(10€ * 800) - 5500€ = 2500€$ **11) Μεγάλο θέατρο και μεγάλο ενδιαφέρον**

Χωρητικότητα θεάτρου: 3600

Ζήτηση εισιτηρίων: 2300

min(χωρητικότητα, ζήτηση): 2300

ενοίκιο = 5500€

κέρδος = $(10€ * 2300) - 5500€ = 17500€$ **12) Μεγάλο θέατρο και πολύ μεγάλο ενδιαφέρον**

Χωρητικότητα θεάτρου: 3600

Ζήτηση εισιτηρίων: 4500

min(χωρητικότητα, ζήτηση): 3600

ενοίκιο = 5500€

κέρδος = $(10€ * 3600) - 5500€ = 30500€$

			Ζήτηση Εισιτηρίων				
			Μικρή	Μέτρια	Μεγάλη	Πολύ Μεγάλη	
Θέατρο	Θέσεις	Ενοίκιο	250	800	2300	4500	Προσδοκώμενο κέρδος
Μικρό	300	600 €	1.900 €	2.400 €	2.400 €	2.400 €	2.300 €
Μεσαίο	1200	1.800 €	700 €	6.200 €	10.200 €	10.200 €	5.500 €
Μεγάλο	3600	5.500 €	- 3.000 €	2.500 €	17.500 €	30.500 €	3.030 €
			Πιθανότητα	20%	70%	9%	1%

Ο υπολογισμός του προσδοκώμενου κέρδους (Expected Value=EV) για την τιμή 5500 είναι:
 $700*20\% + 6200*70\% + 10200*9\% + 10200*1\% = 5500$

Προτείνεται η εναλλακτική απόφαση με το υψηλότερο προσδοκώμενο κέρδος. Άρα προτείνεται η ενοικίαση του μεσαίου θεάτρου και το αναμενόμενο κέρδος είναι 5500€.

Αν υπάρχουν και άλλα έξοδα (π.χ. φωτισμός, κουστούμια, κλπ) και είναι τα ίδια και στα τρία θέατρα π.χ. 2500€ τότε η απόφαση επιλογής θεάτρου δεν αλλάζει.

Υπολειμματική αξία (Salvage)

Ως υπολειμματική αξία ορίζεται η αξία ενός αντικειμένου που δεν πωλείται στην κανονική του τιμή.

Χρησιμοποιώντας το παράδειγμα του θεάτρου που αναφέρθηκε, υποθέτουμε ότι 10 λεπτά πριν την έναρξη της παράστασης όλες οι εναπομείνουσες θέσεις προσφέρονται προς 2€ η κάθε μια και υπάρχει τέτοια ζήτηση που καλύπτει όλες τις θέσεις του θεάτρου. Ποια είναι τώρα η πλέον συμφέρουσα απόφαση ενοικίασης;

			Ζήτηση Κανονικών Εισιτηρίων			
			Μικρή	Μέτρια	Μεγάλη	Πολύ Μεγάλη
Θέατρο	Θέσεις	Ενοίκιο	250	800	2300	4500
Μικρό	300	600 €	1.900 €	2.400 €	2.400 €	2.400 €
Μεσαίο	1200	1.800 €	700 €	6.200 €	10.200 €	10.200 €
Μεγάλο	3600	5.500 €	- 3.000 €	2.500 €	17.500 €	30.500 €

			Υπολειμματική αξία			
			Μικρή	Μέτρια	Μεγάλη	Πολύ Μεγάλη
Θέατρο	Θέσεις		250	800	2300	4500
Μικρό	300		100 €			
Μεσαίο	1200		1.900 €	800 €		
Μεγάλο	3600		6.700 €	5.600 €	2.600 €	

			Μικρή	Μέτρια	Μεγάλη	Πολύ Μεγάλη	
Θέατρο			250	800	2300	4500	Προσδοκώμενο κέρδος
Μικρό			2.000 €	2.400 €	2.400 €	2.400 €	2.320 €
Μεσαίο			2.600 €	7.000 €	10.200 €	10.200 €	6.440 €
Μεγάλο			3.700 €	8.100 €	20.100 €	30.500 €	8.524 €
		Πιθανότητα	20%	70%	9%	1%	

Ας σημειωθεί ότι οι περιπτώσεις που όλες οι θέσεις έχουν καταληφθεί από τα κανονικά εισιτήρια παραμένουν ως έχουν. Δηλαδή:

- Μικρό Θέατρο με Μέτρια Ζήτηση
- Μικρό Θέατρο με Μεγάλη Ζήτηση
- Μικρό Θέατρο με Πολύ Μεγάλη Ζήτηση
- Μεσαίο Θέατρο με Μεγάλη και Πολύ Μεγάλη Ζήτηση

- Μεγάλο Θέατρο με Πολύ Μεγάλη Ζήτηση

Για τις υπόλοιπες περιπτώσεις τα έσοδα από την υπολειμματική αξία είναι:

$$2€ * (\text{χωρητικότητα θεάτρου} - \text{κανονικά εισιτήρια})$$

Σε αυτή την περίπτωση (όταν δηλαδή υπάρχει και υπολειμματική αξία) προτιμάται η εναλλακτική του Μεγάλου Θεάτρου.

Προσδοκώμενο κέρδος της τέλειας πληροφορίας (EVPI=Expected Value of Perfect Information)

Η τέλεια πληροφορία (Perfect Information=PI) για ένα γεγονός αποτελεί το άνω όριο τις προσδοκώμενης τιμής οποιασδήποτε πληροφορίας για το γεγονός. Για παράδειγμα αν κάποιος είναι διατεθειμένος να πληρώσει 200€ προκειμένου να λάβει μια τέλεια πληροφορία για ένα γεγονός τότε η οποιαδήποτε πληροφορία έχει στην διάθεσή του δεν αξίζει περισσότερο από 200€.

Στο παράδειγμα του θεάτρου υπήρξε αβεβαιότητα σχετικά με την ζήτηση εισιτηρίων. Ποια είναι η αξία του να γνωρίζει κανείς την ζήτηση εκ των προτέρων; Η ποσότητα αυτή αποτελεί το EVPI.

Αν γνωρίζουμε την ζήτηση εκ των προτέρων μπορούμε να επιλέξουμε την καλύτερη εναλλακτική σε σχέση με το επίπεδο ζήτησης. Άρα για κάθε ζήτηση το ενδιαφέρον μας επικεντρώνεται στο υψηλότερο κέρδος.

Το προσδοκώμενο κέρδος έχοντας στην διάθεσή μας την τέλεια πληροφορία υπολογίζεται ως εξής:
 $20\% * 1900 + 70\% * 6200 + 9\% * 17500 + 1\% * 30500 = 6600$

Το δε προσδοκώμενο κέρδος είχε υπολογιστεί ως 5500.

			Ζήτηση Εισιτηρίων				
			Μικρή	Μέτρια	Μεγάλη	Πολύ Μεγάλη	
Θέατρο	Θέσεις	Ενοίκιο	250	800	2300	4500	Προσδοκώμενο κέρδος (EV)
Μικρό	300	600 €	1.900 €	2.400 €	2.400 €	2.400 €	2.300 €
Μεσαίο	1200	1.800 €	700 €	6.200 €	10.200 €	10.200 €	5.500 €
Μεγάλο	3600	5.500 €	- 3.000 €	2.500 €	17.500 €	30.500 €	3.030 €
Πιθανότητα			20%	70%	9%	1%	

Προσδοκώμενο κέρδος με τέλεια πληροφορία	6.600 €
Προσδοκώμενο κέρδος της τέλειας πληροφορίας (EVPI)	1.100 €

Άρα το προσδοκώμενο κέρδος της τέλειας πληροφορίας (EVPI) είναι:

$$EVPI = EV \text{ παρουσία της τέλειας πληροφορίας} - EV \text{ χωρίς γνώση της τέλειας πληροφορίας} = 6600 - 5500 = 1100.$$

Άρα η αξία της τέλειας πληροφορίας είναι 1.100€.

Λήψη απόφασης με χρήση εναλλακτικών κριτηρίων

Αν δεν διατίθενται οι πιθανότητες για την ζήτηση τότε μπορούν να χρησιμοποιηθούν εναλλακτικοί τρόποι που θα βοηθήσουν στην λήψη της απόφασης.

1. **Απαισιόδοξο:** Για κάθε εναλλακτική απόφαση εντοπίζεται η χειρότερη πιθανή απόδοση.

Μικρό Θέατρο $\min(1900, 2400, 2400, 2400)=1900$
 Μεσαίο Θέατρο $\min(700, 6200, 10200, 10200)=700$
 Μεγάλο Θέατρο $\min(-3000, 2500, 17500, 30500)=-3000$

Τελικά επιλέγεται η μεγαλύτερη τιμή δηλαδή η 1900 που αντιστοιχεί στο Μικρό Θέατρο και Μικρή Ζήτηση. Πρόκειται δηλαδή για την επιλογή με την μικρότερη έκθεση σε κίνδυνο.

2. **Αισιόδοξο:** Για κάθε εναλλακτική απόφαση εντοπίζεται η καλύτερη πιθανή απόδοση.

Μικρό Θέατρο $\max(1900, 2400, 2400, 2400)=2400$
 Μεσαίο Θέατρο $\max(700, 6200, 10200, 10200)=10200$
 Μεγάλο Θέατρο $\max(-3000, 2500, 17500, 30500)=30500$

Τελικά επιλέγεται η μεγαλύτερη τιμή δηλαδή η 3050 που αντιστοιχεί στο Μικρό Θέατρο και Μικρή Ζήτηση. Πρόκειται δηλαδή για την επιλογή με την μεγαλύτερη έκθεση σε κίνδυνο.

3. **Hurwicz:** Πρόκειται για συνδυασμό του αισιόδοξου σεναρίου και του απαισιόδοξου σεναρίου δίνοντας έναν συντελεστή βαρύτητας για κάθε σενάριο. Για παράδειγμα αν δοθεί ως συντελεστής στο αισιόδοξο σενάριο η τιμή 80% τότε προκύπτουν οι τιμές:

Μικρό Θέατρο: $80\% \cdot 1900 + 20\% \cdot 2400 = 2300$
 Μεσαίο Θέατρο: $80\% \cdot 700 + 20\% \cdot 10200 = 8300$
 Μεγάλο Θέατρο: $80\% \cdot (-3000) + 20\% \cdot 30500 = 23800$

Το μεγαλύτερο από τα αποτελέσματα είναι το 23.800€ άρα με βάση το κριτήριο Hurwicz θα πρέπει να επιλεγεί το «Μεγάλο Θέατρο».

Hurwicz			Ζήτηση Εισιτηρίων			
			Μικρή	Μέτρια	Μεγάλη	Πολύ Μεγάλη
Θέατρο	Θέσεις	Ενοίκιο	250	800	2300	4500
Μικρό	300	600 €	1.900 €	2.400 €	2.400 €	2.400 €
Μεσαίο	1200	1.800 €	700 €	6.200 €	10.200 €	10.200 €
Μεγάλο	3600	5.500 €	- 3.000 €	2.500 €	17.500 €	30.500 €

Θέατρο	Αισιόδοξο	Απαισιόδοξο	Σταθμισμένη τιμή
Μικρό	1.900 €	2.400 €	2.300 €
Μεσαίο	700 €	10.200 €	8.300 €
Μεγάλο	- 3.000 €	30.500 €	23.800 €
Συντελεστής	20%	80%	

4. **Laplace:** Υποθέτει ότι όλα τα ενδεχόμενα είναι ισοπιθανά. Δηλαδή αν τα ενδεχόμενα είναι 4 (Μικρή Ζήτηση, Μέτρια Ζήτηση, Μεγάλη Ζήτηση και Πολύ Μεγάλη Ζήτηση) τότε η πιθανότητα του καθενός είναι 25%

Laplace			Ζήτηση Εισιτηρίων				Προσδοκώμενο κέρδος
			Μικρή	Μέτρια	Μεγάλη	Πολύ Μεγάλη	
Θέατρο	Θέσεις	Ενοίκιο	250	800	2300	4500	
Μικρό	300	600 €	1.900 €	2.400 €	2.400 €	2.400 €	2.275 €
Μεσαίο	1200	1.800 €	700 €	6.200 €	10.200 €	10.200 €	6.825 €
Μεγάλο	3600	5.500 €	- 3.000 €	2.500 €	17.500 €	30.500 €	11.875 €
		Πιθανότητα	25%	25%	25%	25%	

Το μεγαλύτερο από τα αποτελέσματα είναι το 11.875€ άρα με βάση το κριτήριο Laplace θα πρέπει να επιλεγεί το «Μεγάλο Θέατρο».

Αναφορές

<http://www.busi.mun.ca/bsimmons/4401/Lecture01-Uncertainty1.pdf>

<http://www.busi.mun.ca/bsimmons/4401/Lecture02-Uncertainty2.pdf>