



Ανάλυση αποφάσεων

Βασικές έννοιες

- Χρησιμότητα
- Πιθανότητα
- Προσδοκώμενο κέρδος
- Δένδρα αποφάσεων
- Ανάλυση ευαισθησίας
- Πιθανότητα υπό όρους
- Μεταβλητές κατάστασης

Χρησιμότητα - Utility

- Επιτρέπει την σύγκριση της αξίας που έχουν διαφορετικά αντικείμενα ή υπηρεσίες.
- Η χρησιμότητα που αποδίδεται σε ένα αντικείμενο διαφέρει από άτομο σε άτομο.
- Η χρησιμότητα δεν είναι απαραίτητο να εκφράζεται σε ευρώ.
- Θα πρέπει η τιμή που αποδίδεται ως χρησιμότητα να επιτρέπει την σύγκριση ανάμεσα σε διαφορετικά εναλλακτικά αποτελέσματα

Πιθανότητα

- Η πιθανότητα ενός γεγονότος εκφράζει την συχνότητα με την οποία παρατηρείται το γεγονός.
- Η πιθανότητα μπορεί να λάβει μια τιμή από 0 έως 1.
- Το άθροισμα των πιθανοτήτων όλων των εναλλακτικών αποτελεσμάτων είναι 1.
- Η πιθανότητα να μην συμβεί ένα γεγονός είναι 1 μείον την πιθανότητα να συμβεί
- Αν δύο γεγονότα είναι αμοιβαία αποκλειόμενα τότε η πιθανότητα να συμβεί ένα από αυτά είναι το άθροισμα των πιθανοτήτων τους.
- Αν η πιθανότητα του να συμβεί ένα γεγονός A δεν επηρεάζει την πιθανότητα να συμβεί ένα γεγονός B τότε τα γεγονότα αυτά λέγονται ανεξάρτητα.
- Αν δύο γεγονότα είναι ανεξάρτητα η πιθανότητα να συμβούν και τα δύο είναι το γινόμενο των πιθανοτήτων τους.

Προσδοκώμενο κέρδος

- Το προσδοκώμενο κέρδος μιας απόφασης είναι το μέσο αποτέλεσμα που θα προέκυπτε αν η ίδια απόφαση λαμβανόταν πολλές φορές.
- Παράδειγμα: Μια επιχειρηματική απόφαση έχει πιθανότητα 20% να αποφέρει κέρδος 1.000€, πιθανότητα 50% να αποφέρει κέρδος 2.000€ και 30% πιθανότητα να προκαλέσει ζημιά 2.000€. Ποιο είναι το προσδοκώμενο κέρδος;
 - $EV(D) = 20\% * 1000 + 50\% * 5000 - 30\% * 2000 = 200 + 2500 - 600 = 2100$

-

Δένδρα αποφάσεων

- Τα δένδρα αποφάσεων αποτελούνται από διακλαδώσεις που οδηγούν σε άλλες διακλαδώσεις
- Η βάση της πρώτης διακλάδωσης λέγεται ρίζα του δένδρου
- Οι διακλαδώσεις που δεν οδηγούν σε επιπλέον διακλαδώσεις λέγονται φύλλα.
- Υπάρχουν δύο ειδών διακλαδώσεις:
 - Διακλαδώσεις απόφασης. Αναπαριστούν τις αποφάσεις που πρέπει να ληφθούν.
 - Διακλαδώσεις αβεβαιότητας, Αναπαριστούν τα σημεία αβεβαιότητας που παρουσιάζονται.

Ανάλυση ευαισθησίας

- Είναι σύνηθες ορισμένες εισοδοι να μην είναι γνωστές με βεβαιότητα.
- Η ανάλυση ευαισθησίας αυξάνει την εμπιστοσύνη που μπορούμε να έχουμε στο δένδρο απόφασης.
- Αποκαλύπτει το εύρος των εισόδων για τις οποίες τα αποτελέσματα του δένδρου απόφασης εξακολουθούν να ισχύουν.

Πιθανότητα υπό συνθήκη – Παράδειγμα - εκφώνηση

- Έστω μια Σοβαρή Σπάνια Ασθένεια (ΣΣΑ) από την οποία το 1% του πληθυσμού έχει μολυνθεί.
- Έστω ότι υπάρχει ένα τεστ που ανιχνεύει το εάν ένα άτομο είναι μολυσμένο. Το τεστ δεν είναι πάντα ακριβές.
- Για τους ΣΣΑ+
 - Με 98% πιθανότητα ανιχνεύει σωστά ότι έχουν μολυνθεί.
 - Με 2% πιθανότητα ανιχνεύει λάθος ότι δεν έχουν μολυνθεί.
- Για τους ΣΣΑ-
 - Με 98% πιθανότητα ανιχνεύει σωστά ότι δεν έχουν μολυνθεί.
 - Με 2% πιθανότητα ανιχνεύει λάθος ότι έχουν μολυνθεί.
- Έστω ότι παρουσιάζεται ένα τυχαίο άτομο από το πληθυσμό και πραγματοποιώντας το τεστ λαμβάνει θετικό αποτέλεσμα μόλυνσης.
- Ποια είναι η πιθανότητα να έχει όντως μολυνθεί;
 - 99%
 - 98%
 - 50%
 - 33%

ΣΣΑ+ έχει την ασθένεια

ΣΣΑ- δεν έχει την ασθένεια

ΤΕΣΤ+ το τεστ που έκανε έδωσε ως αποτέλεσμα ότι έχει την ασθένεια

ΤΕΣΤ- το τεστ που έκανε έδωσε ως αποτέλεσμα ότι δεν έχει την ασθένεια

Πιθανότητα υπό συνθήκη – Παράδειγμα - λύση

- Υπάρχουν 4 διαφορετικά σενάρια που μπορούν να συμβούν:
 - **Αληθές Θετικό:** Είναι ΣΣΑ+ (ανήκει στο 1% του πληθυσμού) και έλαβε ΤΕΣΤ+ (συμβαίνει στο 98% των εξετάσεων)
 - **Ψευδές Θετικό:** Είναι ΣΣΑ- (ανήκει στο 99% του πληθυσμού) αλλά έλαβε ΤΕΣΤ+ (συμβαίνει στο 2% των εξετάσεων)
 - **Ψευδές Αρνητικό:** Είναι ΣΣΑ+ (ανήκει στο 1% του πληθυσμού) και έλαβε ΤΕΣΤ- (συμβαίνει στο 2% των εξετάσεων)
 - **Αληθές Αρνητικό:** Είναι ΣΣΑ- (ανήκει στο 99% του πληθυσμού) και έλαβε ΤΕΣΤ- (συμβαίνει στο 98% των εξετάσεων)

$$\text{Αληθές Θετικό} = 98\% * 1\% = 0,98\%$$

$$\text{Ψευδές Θετικό} = 2\% * 99\% = 1,98\%$$

$$\text{Ψευδές Αρνητικό} = 2\% * 1\% = 0,02\%$$

$$\text{Αληθές Αρνητικό} = 98 * 99\% = 97,02\%$$

Το ποσοστό του συνολικού πληθυσμού για τους οποίους το τεστ θα δώσει θετικό αποτέλεσμα είναι
 $0,98\% + 1,98\% = 2,96\%$

Άρα η πιθανότητα να έχει πράγματι κάποιος μολυνθεί όταν έχει λάβει θετικό τεστ είναι:
 $0,98\% / 2,96\% = 33\%$

Θεώρημα του Μπέυζ

$$P(A|B) = \frac{P(A,B)}{P(B)}$$

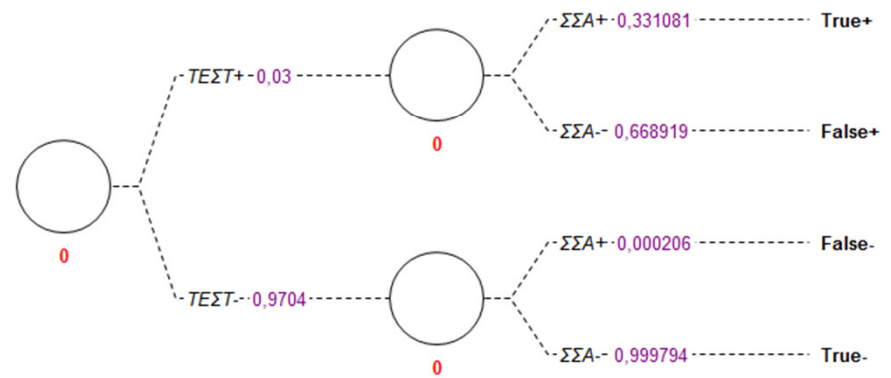
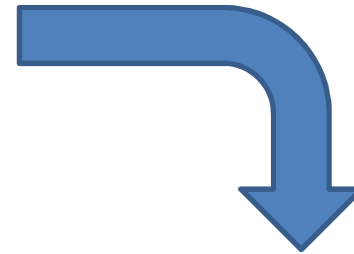
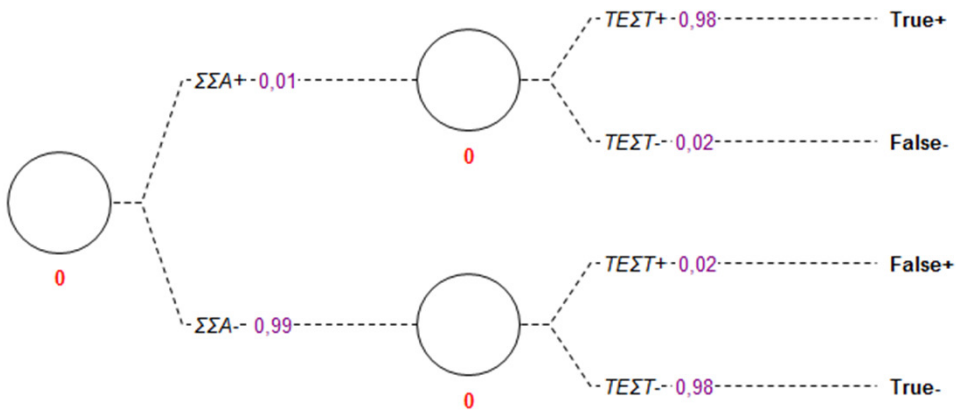
$P(A|B)$: Πιθανότητα του A υπό συνθήκη του B.

$P(A,B)$: Πιθανότητα του A και του B

$$\begin{aligned} P(\text{ΣΣΑ+} | \text{ΤΕΣΤ+}) &= \frac{P(\text{ΣΣΑ+}, \text{ΤΕΣΤ+})}{P(\text{ΤΕΣΤ+})} \\ &= 0,98 / 2,96 = 0,33 \end{aligned}$$



Flip Tree



Μεταβλητές κατάστασης

- Η χρήση μεταβλητών κατάστασης επιτρέπει την κατηγοριοποίηση των διαφορετικών καταστάσεων που συναντώνται κατά την λήψη αποφάσεων.

Παράδειγμα με μεταβλητές κατάστασης

- Μια επιχείρηση κατέχει τα δικαιώματα άντλησης για το πετρέλαιο που μπορεί να υπάρχει σε μια περιοχή. Μπορεί να πουλήσει το δικαίωμα αυτό για 150.000€.
- Υπάρχει 70% πιθανότητα ότι το κόστος άντλησης θα είναι 2.000.000€ και 30% ότι το κόστος άντλησης θα είναι 200.000€
- Υπάρχει 5% πιθανότητα να βρεθεί ποσότητα πετρελαίου 1.000.000 βαρελιών και 95% πιθανότητα για ποσότητα πετρελαίου 50.000 βαρελιών
- Η τιμή του πετρελαίου όταν αυτό θα είναι διαθέσιμο αναμένεται να είναι 20€/βαρέλι με πιθανότητα 40% και 15€ /βαρέλι με πιθανότητα 60%.

Η χρησιμότητα υπολογίζεται ως εξής:
$$ΤΠΣ - ΚΑ + ΠΑ * ΤΒ$$

Οι μεταβλητές κατάστασης του προβλήματος είναι:

ΤΠΣ	= Τιμή Πώλησης Συμβολαίου
ΚΑ	= Κόστος Άντλησης
ΠΑΒ	= Ποσότητα Άντλησης σε Βαρέλια
ΤΒ	= Τιμή Βαρελιού

Δένδρο απόφασης

