

Πληροφοριακά Συστήματα Διοίκησης	Τμήμα Χρηματοοικονομικής και Ελεγκτικής
Management Information Systems	
Εργαστήριο 3	ΤΕΙ Ηπείρου (Παράρτημα Πρέβεζας)

ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΟ: Συμπεράσματα για την αβεβαιότητα

Θέματα που καλύπτονται:

- MEAN, MEDIAN, MODE, VARIANCE, STANDARD DEVIATION
- Διαφοροποίηση
- Θεώρημα κεντρικής τιμής
- Κανονική κατανομή και τυπική απόκλιση

Εισαγωγή

Πολλοί άνθρωποι όταν αντιμετωπίζουν ένα γεγονός το οποίο εμπεριέχει αβεβαιότητα (π.χ. μελλοντικές πωλήσεις, επιτόκια, ...) υποκύπτουν στον πειρασμό της αντικατάστασης της τιμής του αβέβαιου μεγέθους με μια απλή μέση τιμή. Η ενέργεια αυτή όμως οδηγεί συνήθως όμως στην επιβεβαίωση του κανόνα:

"Αποφάσεις οι οποίες βασίζονται σε υποθέσεις μέσου όρου είναι λανθασμένες".

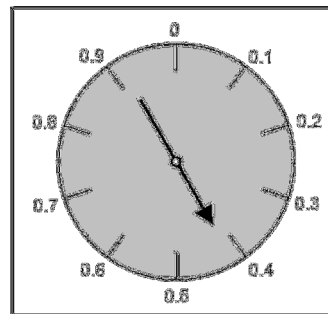
Παράδειγμα (Risky Business 1)

Έστω ότι ένας επιχειρηματίας εξετάζει την έναρξη μιας νέας επαγγελματικής δραστηριότητας. Τα έσοδα για το πρώτο έτος είναι αβέβαια. Αν τα έσοδα είναι λιγότερα από 200.000€ ο επιχειρηματίας πρόκειται να καταστραφεί οικονομικά.

Έστω ότι η αβεβαιότητα περί των εσόδων μπορεί να μοντελοποιηθεί ως εξής:

Τα έσοδα για το πρώτο έτος θα είναι ένας τυχαίος αριθμός στο διάστημα (0,1) ο οποίος θα πολλαπλασιάζεται με τον αριθμό 1.000.000€.

Μπορούμε να φανταστούμε ότι ο τυχαίος αριθμός θα προκύπτει από μια σβούρα η οποία θα έχει σημειωμένες πάνω της τις τιμές από το 0 μέχρι το 1 όπως στο διπλανό σχήμα.



Συσχετιζόμενο με κάθε αβέβαιο αριθμό είναι ένα ιστόγραμμα το οποίο δείχνει την πιθανότητα ο αβέβαιος αριθμός να πέσει σε διάφορες περιοχές τιμών που αναφέρονται ως "καλάθια" (bins). Τα ιστογράμματα είναι μια από τις πλέον σημαντικές εξόδους των προγραμμαμάτων προσομοίωσης.

Δημιουργία της προσομοίωσης των αβέβαιων εσόδων

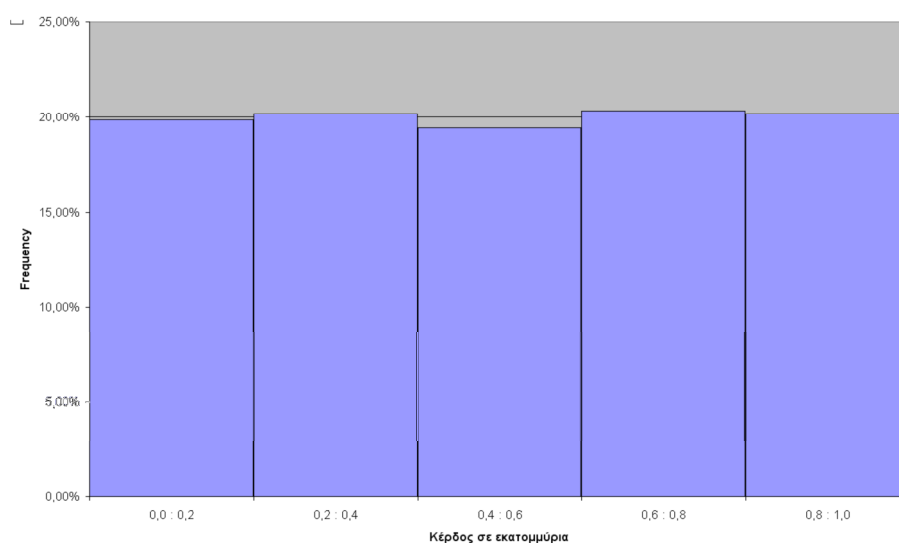
Σε ένα κενό φύλλο εργασίας εισάγουμε στο κελί A2 τον τύπο =RAND(). Στο κελί A1 γράφουμε "Έσοδα (σε εκατομμύρια)".

Από το μενού Simulate επιλέγουμε Simulation και ορίζουμε ως κελί στο οποίο θα γίνει η προσομοίωση το A2. Επιπλέον ορίζουμε ότι θέλουμε να γίνουν 10.000 δοκιμές.

Τα στατιστικά αποτελέσματα τα οποία θα λάβουμε θα έχουν ομοιότητα με τα αποτελέσματα της παρακάτω εικόνας.

Κέρδος σε εκατομμύρια	
Average	0,501861036
Std Dev	0,288183747
Std Err	0,002881837
Max	0,999998331
Min	6,28589E-05

Δημιουργούμε ένα ιστόγραμμα με 5 περιοχές επιλέγοντας από το μενού Simulate το Graphs (Number of Bins = 5, Number of Dec = 1).



Όλα τα bins έχουν περίπου το ίδιο ύψος επειδή στο παράδειγμά μας οι αριθμοί μεταξύ του 0 και του 1 είναι εξίσου πιθανοί. Το άθροισμα από τα ποσοστά όλων των bins θα πρέπει να είναι 100%.

Ερμηνεία των MEAN, MEDIAN, MODE, VARIANCE και STANDARD DEVIATION

Mean ή Average ή Expected Value (μέση τιμή): Αν το ιστόγραμμα ήταν κατασκευασμένο από κάποιο στερεό υλικό θα ήταν το σημείο ισορροπίας του.

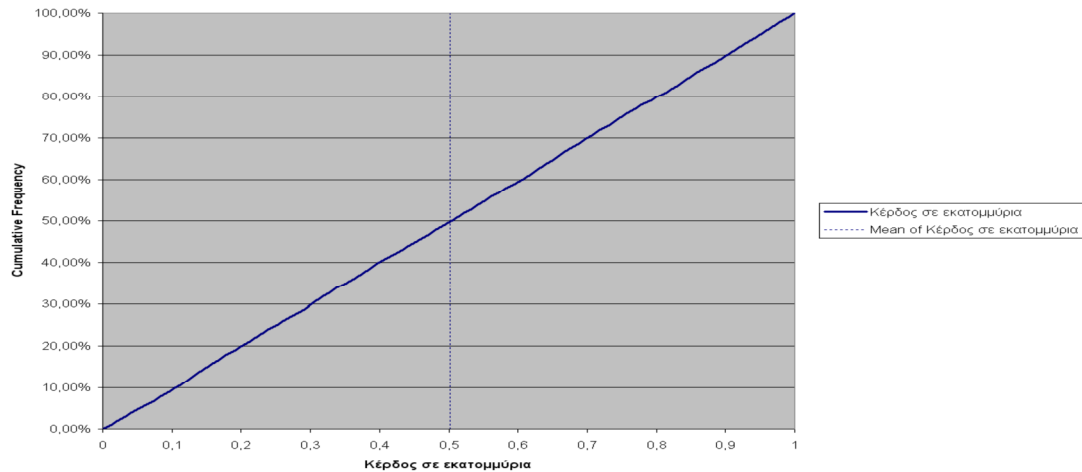
Median (διάμεσος): Πρόκειται για την στήλη στην οποία το άθροισμα από τα ύψη στα αριστερά ισούται με το άθροισμα από τα ύψη στα δεξιά (γνωστό και ως 50^{στο} εκατοστημόριο).

Mode (συχνότερη τιμή): Πρόκειται για την στήλη με το μεγαλύτερο ύψος στο ιστόγραμμα

Variance (διακύμανση): Αναπαριστά τον βαθμό της αβεβαιότητας και συμβολίζεται με σ^2 .

Standard Deviation (τυπική απόκλιση): Είναι η τετραγωνική ρίζα του variance.

Δημιουργούμε ένα συσφωρευτικό γράφημα επιλέγοντας από το μενού Simulate το Graphs



Το γράφημα αυτό δείχνει την πιθανότητα του αριθμού να έχει χαμηλότερη τιμή από την τιμή στον άξονα x.

Τα εκατοστημόρια στην καρτέλα Statistics είναι τα αριθμητικά ισοδύναμα του cumulative graph.

Κοιτώντας στο συσσωρευτικό γράφημα στον άξονα του x την τιμή 0,2 (που αντιστοιχεί σε έσοδα $0,2 * 1.000.000€ = 200.000€$) διαπιστώνουμε ότι η πιθανότητα για χρεοκοπία είναι 20%.

Συμπέρασμα: Οι αβέβαιες τιμές μπορούν να αναπαρασταθούν ως σχήματα που δείχνουν την πιθανότητα των πιθανών αποτελεσμάτων και η προσομοίωση Monte Carlo μπορεί να δημιουργήσει αυτά τα σχήματα.

Συνδυασμός τυχαίων μεταβλητών (diversification-διαφοροποίηση)

Παράδειγμα (Risky Business 2)

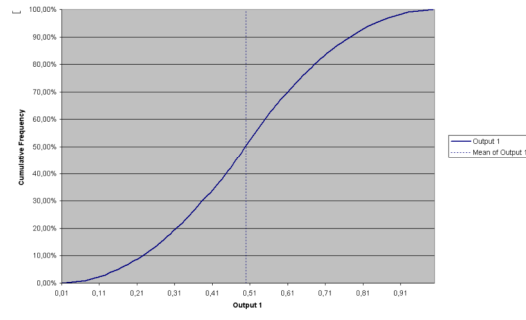
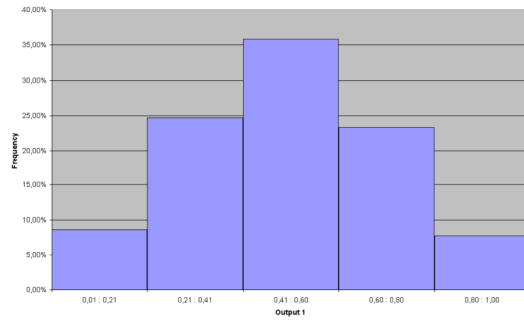
Έστω ότι πριν αποφασίσουμε για την έναρξη της επιχειρηματικής δραστηριότητας του προηγούμενου παραδείγματος εμφανίζεται και μια δεύτερη επιχειρηματική ευκαιρία. Σε στην 2^η επιχειρηματική δραστηριότητα τα έσοδα μπορούν να μοντελοποιηθούν ως ο μέσος όρος από 2 τυχαίους αριθμούς στο διάστημα 0 έως 1 πολλαπλασιασμένος επί 1.000.000€. Πάλι θα υπάρξει πτώχευση αν τα έσοδα είναι μικρότερα από 200.000€.

Σε ένα νέο κενό φύλλο εργασίας εισάγουμε στο κελί A2 τον τύπο = (RAND() + RAND()) / 2. Στο κελί A1 γράφουμε "Έσοδα (σε εκατομμύρια)".

Από το μενού Simulate επιλέγουμε Simulation και ορίζουμε ως κελί στο οποίο θα γίνει η προσομοίωση το A2. Επιπλέον ορίζουμε ότι θέλουμε να γίνουν 10.000 δοκιμές.

Τα στατιστικά αποτελέσματα και τα γραφήματα (ιστόγραμμα και συσσωρευτικό) τα οποία θα λάβουμε θα έχουν ομοιότητα με τα αποτελέσματα των παρακάτω εικόνων.

Average	0,4984
Std Dev	0,2036
Std Err	0,002
Mean	0,9969
Min	0,0117

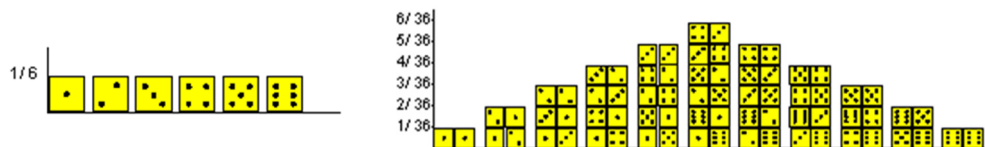


Σε αντίθεση με το προηγούμενο παράδειγμα το ύψος των bins δεν είναι ίδιο μεταξύ τους και είναι υψηλότερο για τα bins του κέντρου. Το άθροισμα των ποσοστών είναι βέβαια πάλι 100% γεγονός που σημαίνει ότι τα ποσοστά στα ακραία bins είναι χαμηλότερα.

Κοιτώντας στο συσσωρευτικό γράφημα στον άξονα του x την τιμή 0,2 (που αντιστοιχεί σε έσοδα $0,2 * 1.000.000€ = 200.000€$) διαπιστώνουμε ότι η πιθανότητα για χρεοκοπία είναι τώρα περίπου στο 8%.

Διαφοροποίηση και το θεώρημα κεντρικής τιμής

Προκειμένου να γίνει περισσότερο κατανοητός ο λόγος για τον οποίο το ιστόγραμμα των 2 τυχαίων μεταβλητών ήταν ανεβασμένο στο κέντρο θεωρείστε τα παραδείγματα με την ρίψη ενός και δύο ζαριών αντίστοιχα. Με ένα ζάρι υπάρχουν έξι αποτελέσματα τα οποία μπορούν να συμβούν με την ίδια πιθανότητα. Με ένα ζεύγος ζαριών όμως τα αποτελέσματα είναι έντεκα και δεν προκύπτουν με την ίδια πιθανότητα μεταξύ τους διότι κάποιιοι αριθμοί μπορούν να σχηματιστούν με περισσότερους συνδυασμούς από ότι οι άλλοι. Αυτό φαίνεται και από τα παρακάτω σχήματα.



Ουσιαστικά δεν υπάρχει διαφορά και για το παράδειγμα με τις τυχαίες τιμές στο διάστημα 0 έως 1. Υπάρχουν πολλοί συνδυασμοί που δίνουν άθροισμα στην περιοχή του 0,5 (0,0 & 0,5 – 0,1 & 0,4 – 0,2 & 0,3 – 0,3 & 0,2 – 0,4 & 0,1 – 0,5 & 0,0) αλλά λίγοι που δίνουν άθροισμα στην περιοχή του 0 (0,0 & 0,0).

Συνεπώς παρατηρούμε διαφορά στην συμπεριφορά 1 από την συμπεριφορά 2 τυχαίων μεταβλητών. Προσθέτοντας επιπλέον τυχαίες μεταβλητές η κατανομή ανεβαίνει στο κέντρο και κατεβαίνει στα άκρα.

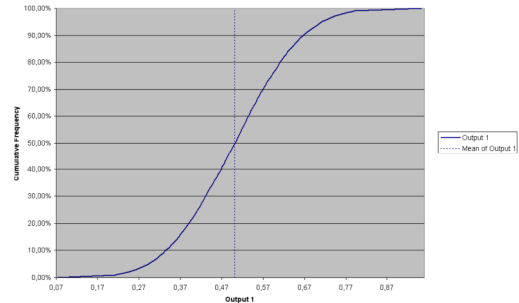
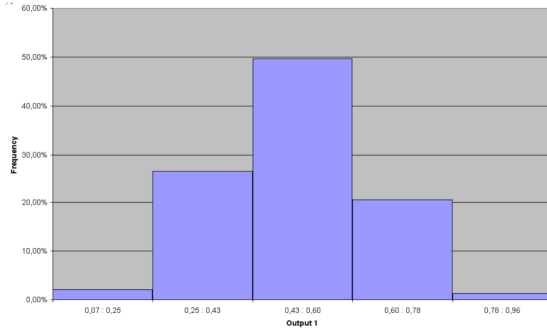
Παράδειγμα (Risky Business 3)

Έστω μια ακόμα παραλλαγή του προηγούμενου παραδείγματος στην οποία τα έσοδα μπορούν να μοντελοποιηθούν ως ο μέσος όρος από 5 τυχαίους αριθμούς στο διάστημα 0 έως 1 πολλαπλασιασμένος επί 1.000.000€.

Σε ένα νέο κενό φύλλο εργασίας εισάγουμε στο κελί A2 τον τύπο = (RAND() + RAND() + RAND() + RAND() + RAND()) / 5.

Κάνοντας προσομοίωση πάλι για 10000 δείγματα προκύπτουν οι παρακάτω τιμές και τα γραφήματα.

Mean	0,5018
Std Dev	0,1278
Std Err	0,0013
Max	0,8531
Min	0,0734



Τώρα η πιθανότητα για χρεοκοπία είναι μικρότερη από 2%.

Θεώρημα Κεντρικής Τιμής (Central Limit Theorem)

Αν αρκετά ανεξάρτητα δείγματα οποιασδήποτε κατανομής αθροιστούν η κατανομή που θα προκύψει θα είναι κανονική.

Παραδείγματα επιπτώσεων του θεωρήματος κεντρικής τιμής.

Βιολογία

Το ύψος ενός ζώου προκύπτει ως μέσος όρος των υψών από όλους τους προγόνους του. Συνεπώς το ύψος από όλο τον πληθυσμό ενός συγκεκριμένου είδους έχει κανονική κατανομή.

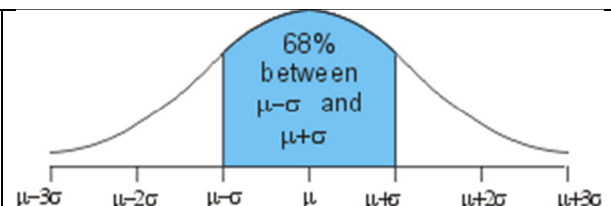
Οικονομικά

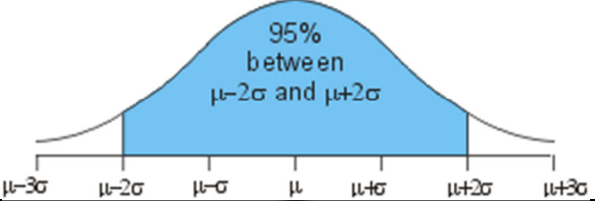
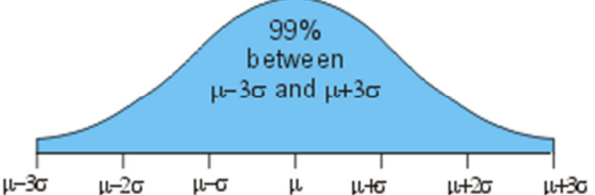
Θεωρείστε μια αρχική επένδυση E , η οποία στην ροή του χρόνου πολλαπλασιάζεται με τυχαίους συντελεστές αύξησης. Για παράδειγμα τον πρώτο μήνα αυξάνεται με συντελεστή 1,1 τον δεύτερο μήνα υπάρχει μείωση διότι γίνεται πολλαπλασιασμός με 0,97 και έστω ότι τον τρίτο μήνα υπάρχει αύξηση λόγω πολλαπλασιασμού με το 1,2. Η αξία στο τέλος του τριμήνου θα είναι $E * 1,1 * 0,97 * 1,2$. Υπενθυμίζουμε ότι οι λογάριθμοι έχουν το χαρακτηριστικό της μετατροπής των πολλαπλασιασμών σε προσθέσεις. Άρα ο λογάριθμος της αξίας μετά από τρεις μήνες θα είναι $\text{Log}(E) + \text{Log}(1,1) + \text{Log}(0,97) + \text{Log}(1,2)$. Άρα ο λογάριθμος της αξίας μια επένδυσης μετά από ένα μεγάλο αριθμό περιόδων είναι το άθροισμα από ένα μεγάλο πλήθος τυχαίων αριθμών, και έχει συνεπώς κανονική κατανομή. Ένας αβέβαιος αριθμός που ο λογάριθμός του έχει κανονική κατανομή αναφέρεται ως lognormal. Αυτός είναι ο λόγος για τον οποίο συχνά οι τιμές των επενδύσεων μοντελοποιούνται συχνά με τυχαίες μεταβλητές log normal.

Κανονική κατανομή και τυπική απόκλιση

Η τυπική απόκλιση (σ) και η διακύμανση (σ^2) είναι μέτρα του πλάτους της κατανομής

68% της κανονικής κατανομής βρίσκεται σε απόσταση $\pm\sigma$ από την μέση τιμή.



95% της κανονικής κατανομής βρίσκεται σε απόσταση $\pm 2\sigma$ από την μέση τιμή.	 <p>95% between $\mu - 2\sigma$ and $\mu + 2\sigma$</p>
99% της κανονικής κατανομής βρίσκεται σε απόσταση $\pm 3\sigma$ από την μέση τιμή.	 <p>99% between $\mu - 3\sigma$ and $\mu + 3\sigma$</p>

Στο XLSim προκειμένου να δημιουργηθεί μια κανονική τυχαία μεταβλητή χρησιμοποιούμε την συνάρτηση `gen_Normal(median, std_dev)`.

Η κανονική κατανομή είναι μια εξιδανίκευση που μπορεί να χρησιμοποιηθεί ως χρήσιμη προσέγγιση σε πολλές περιπτώσεις. Μερικές ακόμα ιδανικές μορφές είναι οι ακόλουθες:

- Lognormal κατανομή
- Poisson κατανομή
- Binomial κατανομή
- Exponential κατανομή

Όταν πολλές ανεξάρτητες τυχαίες τιμές προστίθενται ή λαμβάνουμε τον μέσο όρο τους το ιστόγραμμα της τυχαίας μεταβλητής που προκύπτει ανεβαίνει στο κέντρο και αποκτά το σχήμα καμπάνας. Λόγω του παραπάνω χαρακτηριστικού οι κανονικές κατανομές χρησιμοποιούνται για να μοντελοποιήσουν πληθώρα καταστάσεων που εμπεριέχουν αβεβαιότητα.

Παράδειγμα (Επένδυση)

Σενάριο Α'

Έστω μια δημοτική επιχείρηση η οποία εξετάζει την επένδυση ενός μέρους του αποθεματικού της σε ένα αμοιβαίο κεφάλαιο. Η ανάλυση των δεδομένων υποδεικνύει ότι το αμοιβαίο κεφάλαιο έχει ποσοστιαία απόδοση που περιγράφεται ως μια κανονική κατανομή με μέση τιμή 10% και τυπική απόκλιση 10%. Δηλαδή το αναμενόμενο κέρδος για κάθε 1 ευρώ επένδυσης είναι 10 λεπτά. Ζητείται η εύρεση της πιθανότητας να χάσει η επιχείρηση χρήματα.

Θα χρησιμοποιηθεί η συνάρτηση του Excel `NORMDIST` όπως φαίνεται στο ακόλουθο σχήμα. Η συνάρτηση αυτή καλείται με τα ακόλουθα ορίσματα:

`=NORMDIST(0;0,1;0,1;TRUE)`

Το πρώτο όρισμα υποδηλώνει ότι ο υπολογισμός θα πρέπει να γίνει για απόδοση 0 ή λιγότερων ευρώ. Το δεύτερο και το τρίτο όρισμα είναι η μέση τιμή και η τυπική απόκλιση της κανονικής κατανομής. Το τελευταίο όρισμα λαμβάνει την τιμή `TRUE` που σημαίνει ότι θα υπολογιστεί συσσωρευτικά η πιθανότητα για όλες τις τιμές που είναι μικρότερες του μηδενός.

Το αποτέλεσμα είναι 15,87% που σημαίνει ότι με αυτή την πιθανότητα η επιχείρηση θα παρουσιάζει ζημιά.

Στο ακόλουθο σχήμα υπολογίζεται επίσης η πιθανότητα το κέρδος να είναι λιγότερο ή ίσο από 1% (18,41%), λιγότερο ή ίσο από 2% (21,19%) κοκ.

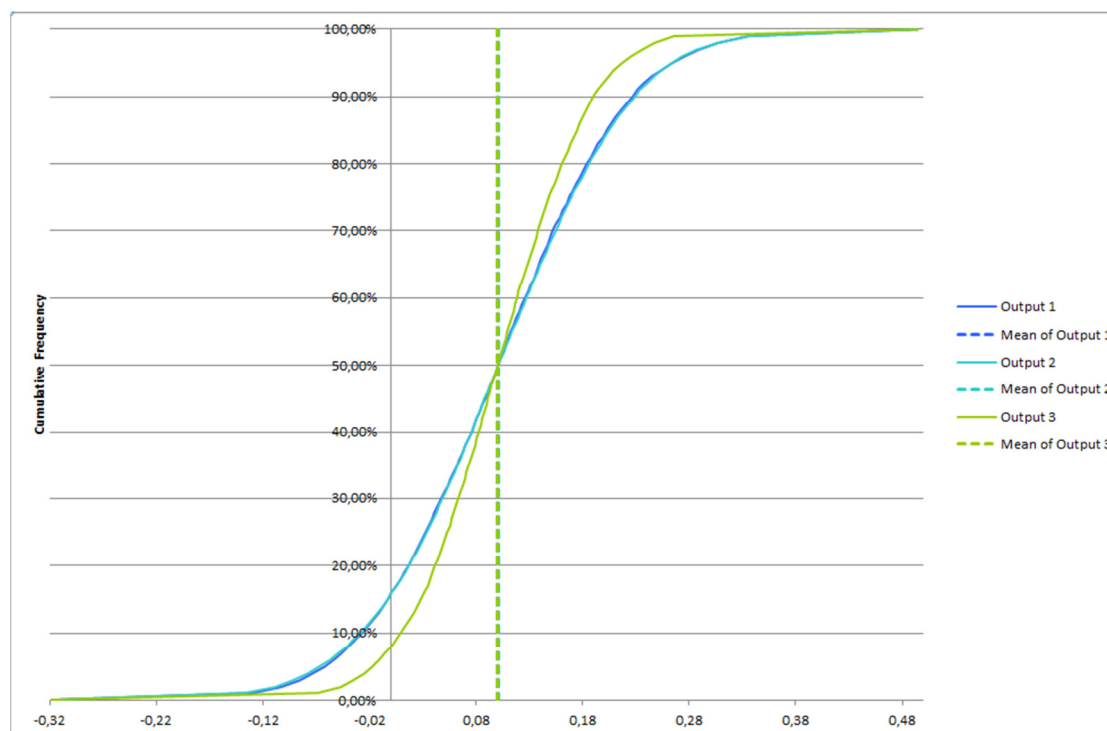
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	Κέρδος	0%	1%	2%	3%	4%	5%	6%	7%	8%	9%	10%
2	Μέση τιμή	10%										
3	Τυπική απόκλιση	10%										
4												
5	Πιθανότητα για ζημιά	15,87%	18,41%	21,19%	24,20%	27,43%	30,85%	34,46%	38,21%	42,07%	46,02%	50,00%
6		=NORMDIST(B1;\$B\$2;\$B\$3;TRUE)										

Σενάριο Β'

Έστω ότι η δημοτική επιχείρηση που αναφέρθηκε έχει να επιλέξει την τοποθέτηση των κεφαλαίων της ανάμεσα σε δύο αμοιβαία κεφάλαια ένα εσωτερικού και ένα εξωτερικού. Θεωρείστε ότι τα αμοιβαία κεφάλαια είναι ανεξάρτητα μεταξύ τους και έχουν συμπεριφορά σχετικά με την ποσοστιαία απόδοση τους που περιγράφεται από την κανονική κατανομή με $\mu=10\%$ και $\sigma=10\%$. Το ερώτημα είναι, τι συμφέρει την επιχείρηση περισσότερο, η επένδυση όλων των χρημάτων σε ένα από τα αμοιβαία κεφάλαια ή η επένδυση του μισού κεφαλαίου στο αμοιβαίο κεφάλαιο εσωτερικού και του άλλου μισού στο αμοιβαίο κεφάλαιο εξωτερικού.

	A	B	C
1	Αμοιβαίο Κεφάλαιο Εσωτερικού	Αμοιβαίο Κεφάλαιο Εξωτερικού	Μισό-Μισό
2	Απόδοση	Απόδοση	Απόδοση
3	0,173136744	0,237294259	0,205215502
4	=gen_Normal(0,1;0,1)	=gen_Normal(0,1;0,1)	=(A3+B3)/2

Εκτελώντας προσομοίωση με το XLSim διαπιστώνουμε ότι η πιθανότητα να συμβεί ζημιά ορισμένου μεγέθους (π.χ. -0,1 είναι μεγαλύτερη στην περίπτωση που το συνολικό κεφάλαιο επενδυθεί σε ένα μόνο αμοιβαίο κεφάλαιο.



Λήψη αποφάσεων για αβέβαιες εισόδους

Συναρτήσεις τυχαίων μεταβλητών: Συναρτήσεις στις οποίες κάποιες από τις εισόδους είναι τυχαίες μεταβλητές.

Παράδειγμα (κανονική κατανομή & τυπική απόκλιση)

Έστω μια επιχείρηση η οποία έχει την ιδέα για μια νέα υπηρεσία e-commerce. Η επιχείρηση έχει αποφασίσει να χρεώνει κάθε συναλλαγή προς 0,1€. Ο server θα παρέχει την τεχνική υποστήριξη όλων των συναλλαγών με ανώτατο όριο συναλλαγών που μπορεί να φέρει εις πέρας στο διάστημα ενός μήνα τις 200.000 συναλλαγές.

Η νέα αυτή υπηρεσία πρόκειται να λειτουργήσει μόνο για ένα μήνα. Η ζήτηση για τον μήνα αυτό είναι αβέβαιη αλλά υπάρχει πρόβλεψη για πιθανότερο αριθμό συναλλαγών τα 200.000 με 95% διάστημα εμπιστοσύνης μεταξύ 100.000 και 300.000 συναλλαγών. Επομένως, προγραμματίζοντας για τη μέση περίπτωση τα έσοδα από τις συναλλαγές θα είναι 20.000€ από τα οποία τα 16.000€ θα δοθούν για την τεχνική υποστήριξη του εγχειρήματος και κατά συνέπεια θα υπάρξει κέρδος 4.000€.

Από τις εισόδους του προβλήματος προκύπτει ότι αφορούν:

- Αποφάσεις (αριθμούς του οποίους εμείς μπορούμε να αποφασίσουμε).
- Βεβαιότητες (πράγματα για τα οποία γνωρίζουμε εκ των προτέρων και δεν μπορούμε να αλλάξουμε)
- Αβεβαιότητες (πράγματα που δεν γνωρίζουμε εκ των προτέρων και δεν μπορούμε να αλλάξουμε)

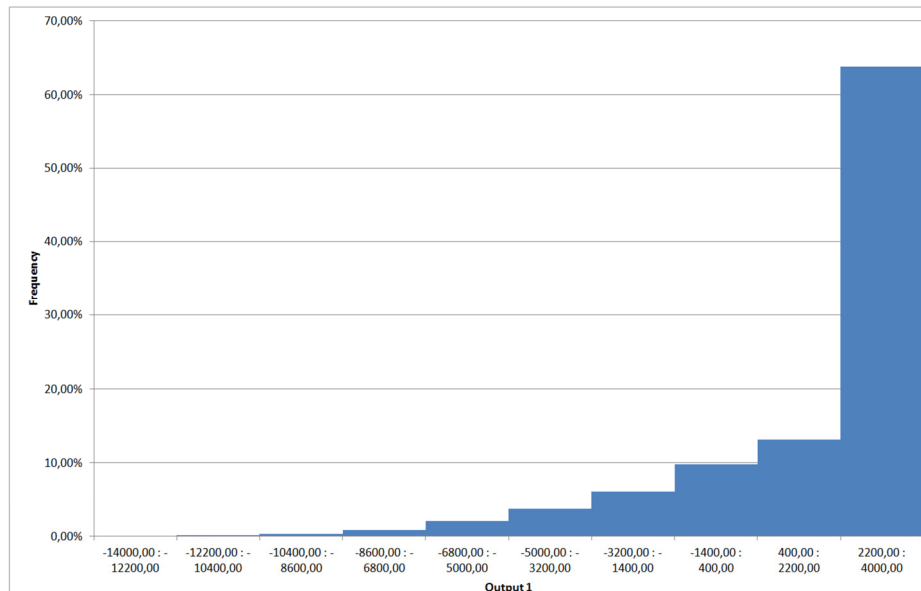
Ερώτηση: Αν η προσομοίωση επαναληφθεί για μερικές χιλιάδες φορές και κάθε φορά η ζήτηση επιλέγεται τυχαία με μέση τιμή 200.000 και διάστημα εμπιστοσύνης 95% με ± 100.000 . Είναι τα 4.000€ μια λογική πρόβλεψη για το μέσο κέρδος που πρέπει να περιμένουμε;

Προσομοίωση του κέρδους για την υπηρεσία E-Commerce

Προκειμένου να μοντελοποιηθεί το πρόβλημα εισάγουμε τα παρακάτω στοιχεία σε ένα νέο φύλλο εργασίας

	A	B	C	D
1	Επένδυση	16.000 €		
2	Χωρητικότητα	200.000		
3	Ζήτηση	218.444 €	=gen_Normal(200000;50000)	
4	Τιμή	0,10 €		
5	Πωλήσεις	200.000 €	=IF(B3>B2;B2;B3)	
6	Έσοδα	20.000 €	=B5*B4	
7	Κέρδος	4.000 €	=B6-B1	
8				

Από το μενού Simulate επιλέγουμε Simulation. Ορίζουμε ως πεδίο στο οποίο θα γίνει η προσομοίωση το Κέρδος δηλαδή το κελί B7. Τα αποτελέσματα της προσομοίωσης είναι αντίστοιχα με τα αποτελέσματα της διπλανής εικόνας. Αυτό που συνέβη είναι ότι το μέσο κέρδος είναι κοντά στις 20.000€ και όχι στις 40.000€ όπως αρχικά είχαμε προβλέψει. Ο λόγος είναι ότι όπως φαίνεται και από τα εκατοστημόρια (percentiles) το κέρδος δεν μπορεί να γίνει μεγαλύτερο από 40.000€ ακόμα και αν η ζήτηση είναι μεγαλύτερη από 200.000 καθώς η συμφωνία που έχει γίνει αφορά υποστήριξη το πολύ για 200.000 συναλλαγές κατά την διάρκεια του μήνα.



Output 1	
Average	2032,5
Std Dev	2867,9
Std Err	28,679
Max	4000
Min	-13458
Percentiles	
5%	-4103,5
10%	-2248,7
15%	-1022,1
20%	-74,08
25%	683,7
30%	1371,5
35%	2033,5
40%	2708,7
45%	3349
50%	3965,4
55%	4000
60%	4000
65%	4000
70%	4000
75%	4000
80%	4000
85%	4000
90%	4000
95%	4000
100%	4000