



# Πληροφοριακά Συστήματα Διοίκησης

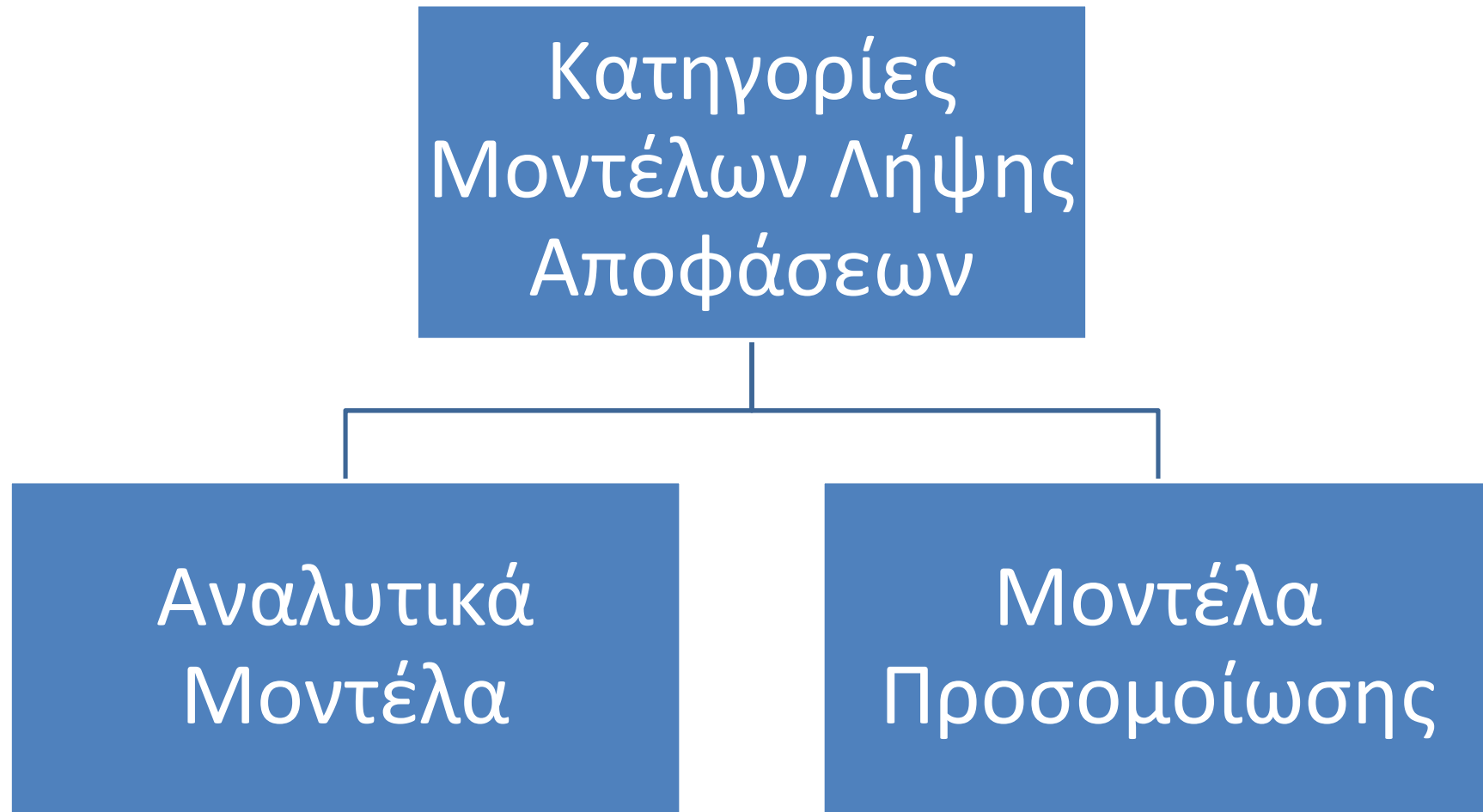
Επισκόπηση μοντέλων λήψης  
αποφάσεων

Τεχνικές Μαθηματικού  
Προγραμματισμού

# Σημασία μοντέλου

- Το μοντέλο δημιουργεί μια λογική δομή μέσω της οποίας αποκτούμε μια χρήσιμη άποψη για το σύστημα
- Οι απλουστεύσεις είναι αναπόφευκτες
- Η ορθότητα των αποτελεσμάτων του μοντέλου πρέπει να επιβεβαιώνονται στην πράξη

# Κατηγορίες μοντέλων



# Αναλυτικά Μοντέλα

- Προτείνουν μια λύση σε ένα πρόβλημα απόφασης
- Εκφράζουν με **μαθηματικές σχέσεις** τη δομή του συστήματος
- Εφαρμόζονται σε συστήματα με **σαφή σχέση εισροών-εκροών**
- **Παραδείγματα:**
  - η διαχείριση των αποθεμάτων μιας επιχείρησης
  - ο προγραμματισμός συντήρησης των μηχανών
  - ο προγραμματισμός παραγωγής

# Συστατικά αναλυτικού μοντέλου

- Ένα αναλυτικό μοντέλο απόφασης αποτελείται από:
  - **Τις μεταβλητές του προβλήματος**, που εκφράζουν τις εναλλακτικές δράσεις ή στρατηγικές που μπορούν να αναπτυχθούν
  - **Έναν ή περισσότερους στόχους**, που εκφράζουν με μαθηματικό τρόπο τις σχέσεις μεταξύ των κρίσιμων παραγόντων επιτυχίας και των μεταβλητών
  - **Τους περιορισμούς του προβλήματος**, σχετικά με τη δυναμικότητα της επιχείρησης, τις υποχρεώσεις της προς πελάτες, προμηθευτές, κ.λπ. τον ανταγωνισμό, τη συμμόρφωση με γενικότερη πολιτική, κ.α.

# Μοντέλα Προσομοίωσης

- Στα μοντέλα προσομοίωσης:
  - το σύστημα αναπαρίσταται από ένα σύνολο εντολών στον Η/Υ
  - αναπαρίσταται με μεγάλο βαθμό ακρίβειας το πραγματικό σύστημα
  - επιτυγχάνεται μελέτη συστημάτων τα οποία είναι αρκετά περίπλοκα για να παρασταθούν με αναλυτικές σχέσεις
- **Παραδείγματα:**
  - ο έλεγχος της εναέριας κυκλοφορίας ενός αεροδρομίου
  - η μελέτη της συμπεριφοράς των πελατών σε ένα εμπορικό σύστημα
  - η παρακολούθηση της δημιουργίας γραμμών αναμονής σε ένα σύστημα εξυπηρέτησης
  - η ανάλυση εναλλακτικών ασφαλιστικών στρατηγικών για τους υπαλλήλους ενός οργανισμού

# Τεχνικές επίλυσης μοντέλου

## Επίλυση μοντέλου

- Διαδικασία προσδιορισμού μιας στρατηγικής μέσα από ένα μοντέλο που αναπαριστά ένα πραγματικό σύστημα

## Κατηγορίες τεχνικών επίλυσης

- Τεχνικές βελτιστοποίησης (optimization techniques)
- Προσεγγιστικές ή ευρετικές τεχνικές (heuristic techniques)
- Τεχνικές βασισμένες στην επίλυση μοντέλου προσομοίωσης μέσω υπολογιστικών φύλων

# Τεχνικές βελτιστοποίησης

- Έχουν ως στόχο τον προσδιορισμό της άριστης απόφασης σε ένα πρόβλημα
- **Μειονέκτημα:** Οι τεχνικές βελτιστοποίησης είναι αρκετά δεσμευτικές: προκειμένου να καταλήξουν σε μια άριστη λύση, μερικές φορές απλουστεύουν υπερβολικά το πρόβλημα (π.χ. αγνοούν κριτήρια, ή μεταβλητές, ή επιπλέον στόχους, κ.λπ.)
- **Παραδείγματα:**
  - η μέθοδος Simplex για μοντέλα Γραμμικού Προγραμματισμού
  - η μέθοδος branch-and-bound για μοντέλα Ακέραιου Προγραμματισμού



# Ευρετικές τεχνικές

- **Δεν επιδιώκουν αναγκαστικά την άριστη λύση σε μια απόφαση, αλλά μια αρκετά καλή λύση**
- Όταν ο εντοπισμός της βέλτιστης λύσης εμφανίζει πολύ μεγάλες δυσκολίες, τότε οι ευρετικές τεχνικές που δίνουν μια ικανοποιητική λύση είναι πρακτικά χρήσιμες
- Οι περισσότερες από τις τεχνικές που επιλύουν προβλήματα εφοδιαστικής αλυσίδας ανήκουν στην κατηγορία των ευρετικών τεχνικών
- Οι ευρετικές τεχνικές είναι ιδιαίτερα χρήσιμες για μια μεγάλη κατηγορία προβλημάτων τα οποία αποκαλούνται *nr-complete*

# NP-Complete προβλήματα

- Προβλήματα στα οποία υπάρχει αλγόριθμος πολυωνυμικού χρόνου που τα επιλύει ανήκουν στην κατηγορία προβλημάτων P, ενώ προβλήματα με εκθετική πολυπλοκότητα ανήκουν στην κατηγορία NP.
- Μια υποκατηγορία NP προβλημάτων με ιδιαίτερα δύσκολη επίλυση είναι τα NP-Complete.



"I can't find an efficient algorithm, but neither can all these famous people."

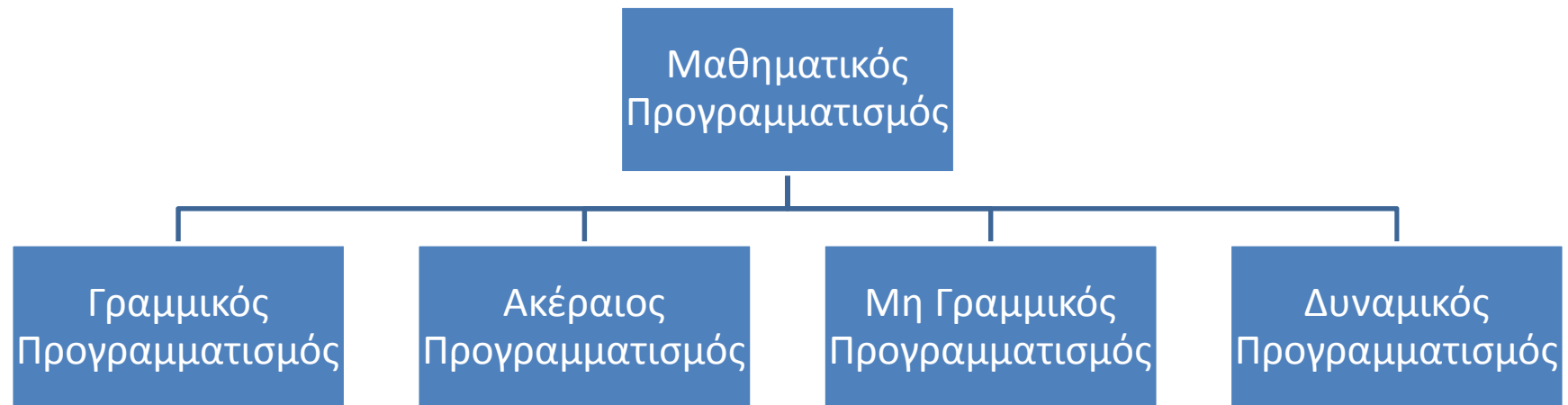
# Τεχνικές επίλυσης με υπολογιστικά φύλλα

- Εμφανίσθηκαν στη δεκαετία του 90 με τη μεγάλη διάδοση των προσωπικών υπολογιστών και την εξάπλωση των πακέτων λογισμικού αυτής της κατηγορίας (π.χ. Excel της Microsoft).
- Χρησιμοποιώντας την ικανότητα γρήγορης επεξεργασίας πινάκων που διαθέτουν, τα υπολογιστικά φύλλα προσφέρουν τη δυνατότητα να υπολογίσουμε αναλυτικά σενάρια (π.χ. προβλέψεις αποτελεσμάτων) κάτω από διαφορετικά σενάρια προϋποθέσεων (π.χ. εξέλιξης της αγοράς ή διαμόρφωσης του κόστους, κ.λπ.).
- Το πακέτο Excel, που είναι και το πιο διαδεδομένο υπολογιστικό φύλλο εργασίας σήμερα, διαθέτει και προσθήκες (add-ins) οι οποίες είναι χρήσιμες για την επίλυση μοντέλων. Για παράδειγμα:
  - επιλυτής Solver για Γραμμικό Προγραμματισμό
  - πακέτο Precision Tree για Δένδρα Αποφάσεων

# Μαθηματικός Προγραμματισμός

- Είναι ίσως η πιο ανεπτυγμένη και περισσότερο χρησιμοποιημένη τεχνική λήψης αποφάσεων στην **οικονομία ή τη διοίκηση επιχειρήσεων**.
- Έχει ως αντικείμενο την **βέλτιστη κατανομή περιορισμένων πόρων** μεταξύ διαφόρων ανταγωνιστικών δραστηριοτήτων κάτω από **συνθήκες βεβαιότητας**.
- Ένα μοντέλο Μαθηματικού Προγραμματισμού αποτελείται από μια **“αντικειμενική συνάρτηση”** η οποία και εκφράζει το **στόχο** που θέλουμε να **μεγιστοποιήσουμε** ή να **ελαχιστοποιήσουμε** και από ένα **σύνολο περιορισμών** που εκφράζουν τους περιορισμούς του περιβάλλοντος μέσα στο οποίο πρέπει να κινηθούμε.
- Γενικό χαρακτηριστικό των μοντέλων Μαθηματικού Προγραμματισμού είναι ότι και η **αντικειμενική συνάρτηση** και οι **περιορισμοί** εκφράζονται ως **μαθηματικές συναρτήσεις**.

# Τεχνικές Μαθηματικού Προγραμματισμού

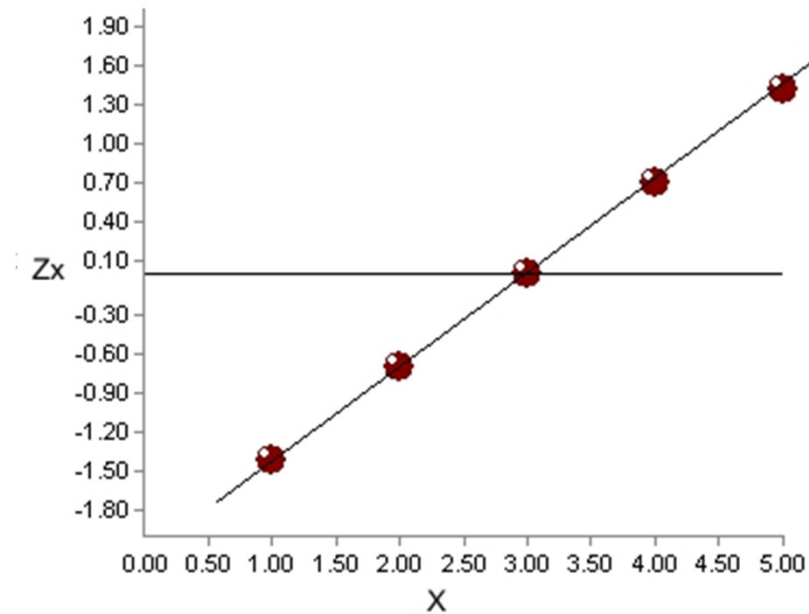


# Γραμμικός Προγραμματισμός (Linear Programming)

- Αποτελεί τον γνωστότερο κλάδο Μαθηματικού Προγραμματισμού.
- Προϋποθέτει ότι οι συναρτήσεις στόχου και περιορισμών είναι **γραμμικές** και οι μεταβλητές αποφάσεων μπορούν να πάρουν όχι μόνο ακέραιες, αλλά **και δεκαδικές τιμές**.

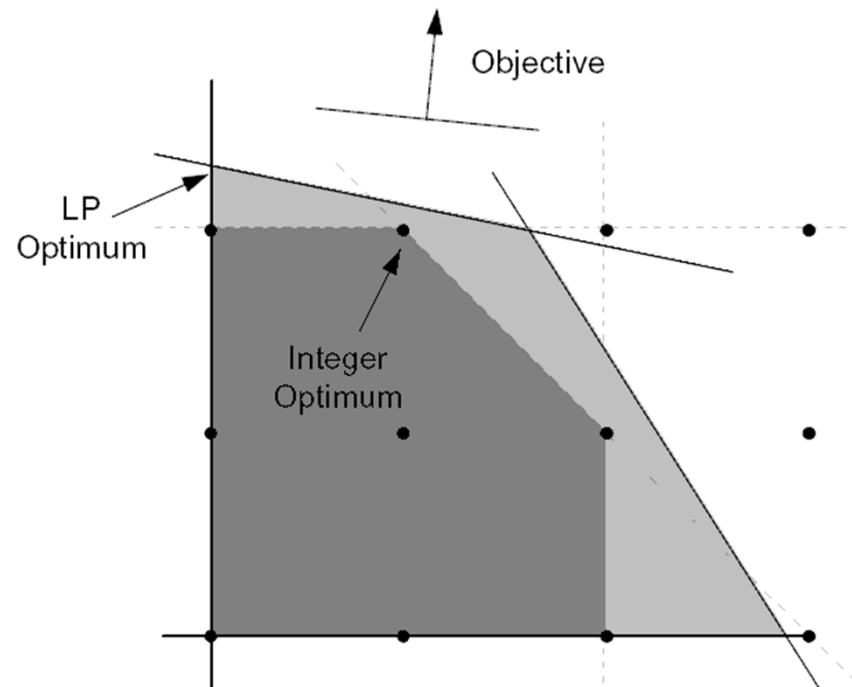
# Γραμμικές σχέσεις

- Γραμμική σχέση ανάμεσα σε μια ανεξάρτητη και μια εξαρτημένη από αυτή μεταβλητή σημαίνει ότι μια αλλαγή στην ανεξάρτητη μεταβλητή προκαλεί **αντίστοιχη αλλαγή** στην εξαρτημένη μεταβλητή
- Παράδειγμα (Υπόθεση): 10% αύξηση των ωρών εργασίας δίνουν 5% αύξηση της παραγωγής, 20% αύξηση των ωρών εργασίας δίνει 10%, 30% αύξηση των ωρών εργασίας δίνει 15% κ.ο.κ.
- Όταν σχεδιαστεί είναι μια ευθεία γραμμή



# Ακέραιος Προγραμματισμός (Integer Programming)

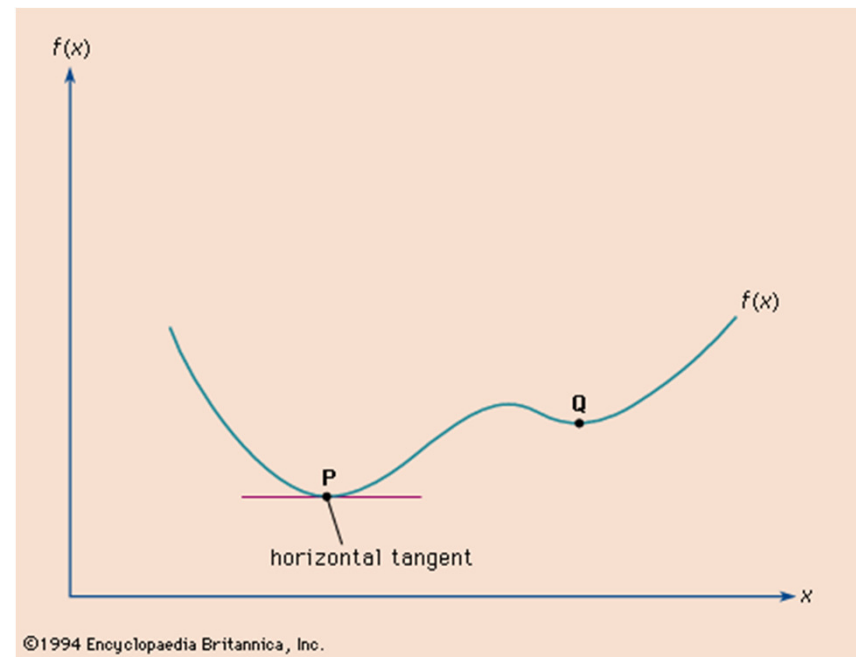
- εφαρμόζεται όταν οι μεταβλητές του προβλήματος μπορούν να πάρουν **μόνον ακέραιες τιμές** ή όταν οι μεταβλητές αυτές αναπαριστούν αποφάσεις “λογικής” και όχι φυσικά μεγέθη.
- Για παράδειγμα σε ένα πρόβλημα επενδύσεων, όπου η μεταβλητή για μια επένδυση μπορεί να πάρει μόνο δύο τιμές: “1” εάν αναληφθεί η επένδυση και “0” εάν όχι.





# Μη Γραμμικός Προγραμματισμός (Non Linear Programming)

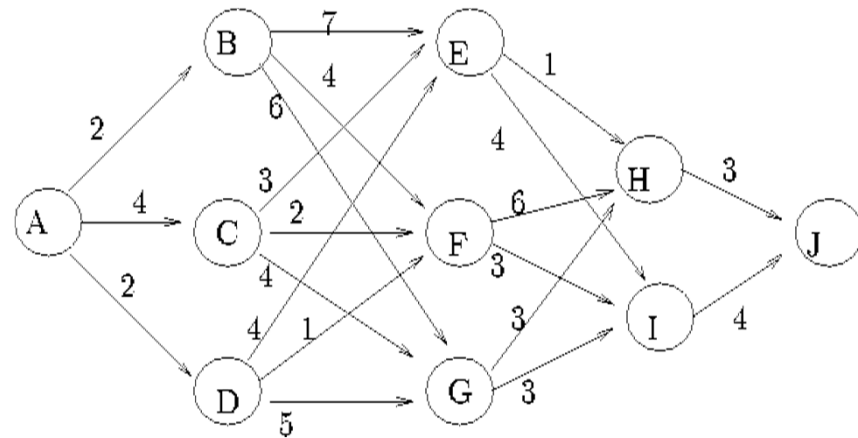
- Μερικές από τις συναρτήσεις του προβλήματος (αντικειμενική συνάρτηση ή/και περιορισμοί) είναι **μη γραμμικές**



# Δυναμικός Προγραμματισμός

- Ο δυναμικός προγραμματισμός μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την επίλυση ορισμένων προβλημάτων στα οποία μπορούμε να αναγνωρίσουμε ιδιαίτερη δομή.
- Θα πρέπει να είναι δυνατή η διάσπαση του προβλήματος σε υποπροβλήματα που έχουν παρόμοια δομή με το αρχικό πρόβλημα.
- Η λύση στο αρχικό πρόβλημα πρέπει να είναι σύνθεση των βέλτιστων λύσεων που προκύπτουν από επιμέρους υποπροβλήματα.
- Ο δυναμικός προγραμματισμός οδηγεί σε αλγορίθμους που έχουν πολυωνυμικό χρόνο εκτέλεσης ενώ συχνά υλοποιείται με λίγες γραμμές κώδικα.

Πρόβλημα εύρεσης  
συντομότερης διαδρομής σε  
κατευθυνόμενο γράφο



# Παράδειγμα: Προγραμματισμός Παραγωγής

Μια εταιρεία πετρελαιοειδών παράγει δύο προϊόντα, Βενζίνη και Πετρέλαιο Θέρμανσης, χρησιμοποιώντας τρεις ποιότητες ακατέργαστου πετρελαίου (Α, Β, Γ) ως πρώτες ύλες. Σύμφωνα με τις προδιαγραφές για την παραγωγή ενός λίτρου Βενζίνης πρέπει να χρησιμοποιηθούν 0,50 λίτρου πετρελαίου ποιότητας Α και από 0,25 λίτρου ποιότητας Β και ποιότητας Γ. Αντίστοιχα, ένα λίτρο Πετρελαίου Θέρμανσης απαιτεί 0,50 λίτρου πετρελαίου ποιότητας Γ και από 0,25 λίτρου πετρελαίου ποιότητας Α και Β. Η εταιρεία διαθέτει αποθέματα ύψους 3.000, 2.000 και 3.600 λίτρων από τις τρεις πρώτες ύλες, αντίστοιχα. Τα τελικά της προϊόντα πωλούνται στην αγορά σε τιμές 0,80 € και 0,45 € το λίτρο, αντίστοιχα. Τα στοιχεία αυτά φαίνονται στον πίνακα 3.1. Το πρόβλημα είναι να ευρεθεί

η άριστη ποσότητα παραγωγής Βενζίνης και Πετρελαίου Θέρμανσης.

Πίνακας 3.1. Προδιαγραφές παραγωγής εταιρείας πετρελαιοειδών

Πρώτη ύλη (πετρέλαιο)	Προϊόντα		Αποθέματα (λίτρα)
	Βενζίνη	Πετρ. Θερμ.	
A	0,50	0,25	3000
B	0,25	0,25	2000
Γ	0,25	0,50	3600
Τιμή πώλησης (€ ανά λίτρο)	0,80	0,45	

# Προγραμματισμός παραγωγής: Ανάλυση

- Ποιος είναι ο στόχος;
  - Μεγιστοποίηση συνολικών εσόδων
- Ποιες είναι οι μεταβλητές απόφασης;
  - είναι οι δύο ποσότητες παραγωγής δηλαδή η ποσότητα παραγωγής βενζίνης και η ποσότητα παραγωγής πετρελαίου θέρμανσης
- Ποιοι είναι οι περιορισμοί του περιβάλλοντος;
  - προέρχονται από τις διαθεσιμότητες των τριών πρώτων υλών (αποθέματα πρώτων υλών)
- Να σημειωθεί ότι θα μπορούσαν να υπάρχουν περισσότερα τελικά προϊόντα (π.χ. διάφορες ποιότητες Βενζίνης ή κατηγορίες Πετρελαίου), καθώς και περισσότεροι περιορισμοί (σχετικά με τη διαθεσιμότητα εργατικού δυναμικού, τη δυνατότητα λειτουργίας των μηχανών για περιορισμένο χρόνο, κ.λπ).

# Προγραμματισμός παραγωγής: Διατύπωση του μοντέλου

- $x_1$  = η ποσότητα (σε λίτρα) παραγωγής **Βενζίνης**
- $x_2$  = η ποσότητα (σε λίτρα) παραγωγής **Πετρελαίου Θέρμανσης**

Να μεγιστοποιηθεί το συνολικό εισόδημα

$$Z = 0,80x_1 + 0,45x_2$$

με τους περιορισμούς

$$0,50 x_1 + 0,25 x_2 \leq 3.000 \quad (\text{A})$$

$$0,25 x_1 + 0,25 x_2 \leq 2.000 \quad (\text{B})$$

$$0,25 x_1 + 0,50 x_2 \leq 3.600 \quad (\text{Γ})$$

$$x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0$$

	A	B	C	D	E	F
1						
2		Πρώτη Ύλη	Βενζίνη	Πετρέλαιο Θέρμανσης	Αποθέματα	Χρήση πρώτων υλών
3		A	0,5	0,25	3000	3000
4		B	0,25	0,25	2000	2000
5		Γ	0,25	0,5	3600	3000
6		Τιμή Πώλησης ανά λίτρο	0,80 €	0,45 €		
7						
8		Ποσότητα Παραγωγής	4000	4000		
9		Εσοδα	5.000 €			

**Solver Parameters**

Set Objective:

To:  Max  Min  Value Of:

By Changing Variable Cells:

Subject to the Constraints:

\$C\$8 >= 0  
 \$D\$8 >= 0  
 \$F\$3 <= \$E\$3  
 \$F\$4 <= \$E\$4  
 \$F\$5 <= \$E\$5

Make Unconstrained Variables Non-Negative

Select a Solving Method:

Solving Method  
 Select the GRG Nonlinear engine for Solver Problems that are smooth nonlinear. Select the LP Simplex engine for linear Solver Problems, and select the Evolutionary engine for Solver problems that are non-smooth.

Buttons: Help, Solve, Close

# Προγραμματισμός παραγωγής: Επίλυση

Microsoft Excel 14.0 Answer Report  
Worksheet: [Παράδειγμα σελ 109 Πραστάκος.xlsx]Φύλλο1  
Report Created: 30/10/2011 1:47:46 μμ  
Result: Solver found a solution. All Constraints and optimality conditions are satisfied.  
Solver Engine  
Engine: Simplex LP  
Solution Time: 0 Seconds.  
Iterations: 2 Subproblems: 0  
Solver Options  
Max Time Unlimited, Iterations Unlimited, Precision 0,000001, Use Automatic Scaling  
Max Subproblems Unlimited, Max Integer Sols Unlimited, Integer Tolerance 1%, Assume NonNegative

Objective Cell (Max)

Cell	Name	Original Value	Final Value
\$C\$9	Έσοδα Βενζίνη	- €	5.000 €

Variable Cells

Cell	Name	Original Value	Final Value	Integer
\$C\$8	Ποσότητα Παραγωγής Βενζίνη	0	4000	Contin
\$D\$8	Ποσότητα Παραγωγής Πετρέλαιο Θέρμανσης	0	4000	Contin

Constraints

Cell	Name	Cell Value	Formula	Status	Slack
\$F\$3	A Χρήση πρώτων υλών	3000	\$F\$3<=\$E\$3	Binding	0
\$F\$4	B Χρήση πρώτων υλών	2000	\$F\$4<=\$E\$4	Binding	0
\$F\$5	Γ Χρήση πρώτων υλών	3000	\$F\$5<=\$E\$5	Not Binding	600
\$C\$8	Ποσότητα Παραγωγής Βενζίνη	4000	\$C\$8>=0	Not Binding	4000
\$D\$8	Ποσότητα Παραγωγής Πετρέλαιο Θέρμανσης	4000	\$D\$8>=0	Not Binding	4000

- Θα πρέπει να παραχθούν 4.000 λίτρα βενζίνης και 4.000 λίτρα πετρελαίου έτσι ώστε να επιτευχθούν τα μέγιστα δυνατά έσοδα που είναι 5.000€

Μέγιστα έσοδα

Τιμές μεταβλητών απόφασης

# Προγραμματισμός παραγωγής: Ανάλυση ευαισθησίας της λύσης

- Κατά την ανάλυση της λύσης μας ενδιαφέρει:
  - να προσδιορίσουμε τυχόν ιδιότητες της λύσης
  - να μελετήσουμε τι αλλαγές πρέπει να γίνουν στη στρατηγική που επιλέξαμε, εάν μεταβληθούν ορισμένα από τα δεδομένα του προβλήματος
    - π.χ. τιμές πωλήσεως των δύο προϊόντων ή
    - διαθεσιμότητες των πρώτων υλών.

Variable Cells						
Cell	Name	Final Value	Reduced Cost	Objective Coefficient	Allowable Increase	Allowable Decrease
\$C\$8	Ποσότητα Παραγωγής Βενζίνη	4000	0	0,8	0,1	0,35
\$D\$8	Ποσότητα Παραγωγής Πετρέλαιο Θέρμανσης	4000	0	0,45	0,35	0,05

Constraints						
Cell	Name	Final Value	Shadow Price	Constraint R.H. Side	Allowable Increase	Allowable Decrease
\$F\$3	A Χρήση πρώτων υλών	3000	1,4	3000	1000	600
\$F\$4	B Χρήση πρώτων υλών	2000	0,4	2000	200	500
\$F\$5	Γ Χρήση πρώτων υλών	3000	0	3600	1E+30	600

Η τιμή της βενζίνης που είναι 0,80€/λίτρο μπορεί να αυξηθεί κατά 10 λεπτά ή να μειωθεί κατά 35 λεπτά και το πλάνο παραγωγής να παραμείνει το ίδιο.

# LPSolveIDE

LPSolve IDE - 5.5.2.0 - C:\Users\chris\Desktop\model1.lp

File Edit Search Action View Options Help

Source Matrix Options Result

```
1 /* Objective function */
2 max: 0.80 x1+0.45 x2;
3
4 /* Variable bounds */
5 x1>=0;
6 x2>=0;
7 0.50 x1 + 0.25 x2 <= 3000;
8 0.25 x1 + 0.25 x2 <= 2000;
9 0.25 x1 + 0.50 x2 <= 3600;
```

Log Messages

SUBMITTED  
Model size: 3 constraints, 2 variables, 6 non-zeros.  
Sets: 0 GUB, 0 SOS.

Using DUAL simplex for phase 1 and PRIMAL simplex for phase 2.  
The primal and dual simplex pricing strategy set to 'Devex'.

Optimal solution 5000 after 2 iter.  
Excellent numeric accuracy ||\*|| = 0

MEMO: lp\_solve version 5.5.2.0 for 32 bit OS, with 64 bit REAL variables.  
In the total iteration count 2, 0 (0.0%) were bound flips.  
There were 0 refactorizations, 0 triggered by time and 0 by density.  
... on average 2.0 major pivots per refactorization.  
The largest [LUSOL v2.2.1.0] fact(B) had 4 NZ entries, 1.0x largest basis.  
The constraint matrix inf-norm is 0.5, with a dynamic range of 2.  
Time to load data was 0.001 seconds, presolve used 0.003 seconds,  
... 0.004 seconds in simplex solver, in total 0.008 seconds.

4:2 ITE:1 INV:2 NOD:0 TME:0,00

LPSolve IDE - 5.5.2.0 - C:\Users\chris\Desktop\model1.lp

File Edit Search Action View Options Help

Source Matrix Options Result

Objective Constraints Sensitivity

Variables	result
x1	5000
x2	4000

Log Messages

SUBMITTED  
Model size: 3 constraints, 2 variables, 6 non-zeros.  
Sets: 0 GUB, 0 SOS.

Using DUAL simplex for phase 1 and PRIMAL simplex for phase 2.  
The primal and dual simplex pricing strategy set to 'Devex'.

Optimal solution 5000 after 2 iter.  
Excellent numeric accuracy ||\*|| = 0

MEMO: lp\_solve version 5.5.2.0 for 32 bit OS, with 64 bit REAL variables.  
In the total iteration count 2, 0 (0.0%) were bound flips.  
There were 0 refactorizations, 0 triggered by time and 0 by density.  
... on average 2.0 major pivots per refactorization.  
The largest [LUSOL v2.2.1.0] fact(B) had 4 NZ entries, 1.0x largest basis.  
The constraint matrix inf-norm is 0.5, with a dynamic range of 2.  
Time to load data was 0.001 seconds, presolve used 0.003 seconds,  
... 0.004 seconds in simplex solver, in total 0.008 seconds.

4:2 ITE:1 INV:2 NOD:0 TME:0,00