

# Οικονομική ερμηνεία των αποτελεσμάτων της Simplex

Χρήστος Γκόγκος

ΤΕΙ Ηπείρου

Χειμερινό Εξάμηνο 2014-2015

# Χρησιμότητα τελικού πίνακα Simplex

## Ο τελικός πίνακας Simplex

Ο τελικός πίνακας Simplex περιέχει πολλές χρήσιμες πληροφορίες που αφορούν την οικονομική ανάλυση του προβλήματος. Οι πληροφορίες αυτές δεν προκύπτουν με άλλες ανταγωνιστικές μεθόδους. Μπορούν να προκύψουν συμπεράσματα σχετικά με τις αλλαγές που προκύπτουν στην βέλτιστη λύση εξαιτίας μεταβολών στις ποσότητες των περιορισμών του προβλήματος.

# Μαθηματικό μοντέλο προβλήματος μίξης παραγωγής (ΕΠΙΠΛΟΞΥΛ) και τελικός πίνακας Simplex

## LP μοντελοποίηση

maximize  $140x_1 + 100x_2$   
 subject to  $8x_1 + 8x_2 \leq 960$  περιορισμός ξυλουργείου  
 $4x_1 + 2x_2 \leq 400$  περιορισμός βαφείου  
 $4x_1 + 3x_2 \leq 420$  περιορισμός σπιλωτηρίου  
 $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$

Συντ.Κέρδ. $c_j$		140	100	0	0	0	
	Βασ.Μετ.	$x_1$	$x_2$	$s_1$	$s_2$	$s_3$	$B_j$
0	$s_1$	0	0	1	2	-4	80
140	$x_1$	1	0	0	3/4	-1/2	90
100	$x_2$	0	1	0	-1	1	20
	$z_j$	140	100	0	5	30	14600
	$c_j - z_j$	0	0	0	-5	-30	

# Δεσμευτικοί και μη δεσμευτικοί περιορισμοί

- Οι μεταβλητές περιθωρίου που αντιστοιχούν σε δεσμευτικούς περιορισμούς έχουν τιμή μηδέν.
- Οι μεταβλητές περιθωρίου που αντιστοιχούν σε μη δεσμευτικούς περιορισμούς έχουν θετική τιμή.

# Δεσμευτικοί και μη δεσμευτικοί περιορισμοί (ΕΠΙΠΛΟΞΥΛ)

- Οι περιορισμοί (Βαφείο) και (Στιλβωτήριο) είναι δεσμευτικοί ενώ ο περιορισμός (Ξυλουργείο) είναι μη δεσμευτικός.
- Η βέλτιστη λύση δεν θα άλλαζε ακόμα και αν είχαμε μια επιπλέον ώρα στο Ξυλουργείο
- Η βέλτιστη λύση θα άλλαζε αν προσθέταμε επιπλέον ώρες στο Βαφείο και στο Στιλβωτήριο

# Συντελεστές μετατροπής

- Συντελεστές μετατροπής είναι οι συντελεστές των στηλών του πίνακα Simplex που αντιστοιχούν στις μη βασικές μεταβλητές.
- Η οικονομική τους ερμηνεία είναι ότι αντιστοιχούν στις ποσότητες από τις βασικές μεταβλητές που πρέπει να αναλωθούν για να αυξηθεί η τιμή της συγκεκριμένης μη βασικής μεταβλητής κατά μια μονάδα.

# Ερμηνεία των συντελεστών μετατροπής της $s_2$

Συντ.Κέρδ. $c_j$		140	100	0	0	0	
	Βασ.Μετ.	$x_1$	$x_2$	$s_1$	$s_2$	$s_3$	$B_j$
0	$s_1$	0	0	1	2	-4	80
140	$x_1$	1	0	0	3/4	-1/2	90
100	$x_2$	0	1	0	-1	1	20
	$z_j$	140	100	0	5	30	14600
	$c_j - z_j$	0	0	0	-5	-30	

- Αν διατεθεί 1 ώρα λιγότερη στο Βαφείο (δλδ αυξηθεί η  $s_2$  κατά 1 μονάδα ) για τη νέα βέλτιστη λύση θα πρέπει να μειωθεί η  $s_1$  κατά 2, η  $x_1$  να μειωθεί κατά 3/4 και η  $x_2$  να αυξηθεί κατά 1.
- Αν προστεθεί μια επιπλέον ώρα στο Βαφείο (δλδ αν μειωθεί η  $s_2$  κατά 1 μονάδα) τότε για τη νέα βέλτιστη λύση θα πρέπει να αυξηθεί η  $s_1$  κατά 2, η  $x_1$  να αυξηθεί κατά 3/4 και η  $x_2$  να μειωθεί κατά 1.
- Η αύξηση ή μείωση του κέρδους ανάλογα με το αν θα προστεθεί στο Βαφείο 1 ώρα ή θα αφαιρεθεί θα είναι  $3/4 \cdot 140 - 1 \cdot 100 = 105 - 100 = 5$

# Ερμηνεία των συντελεστών μετατροπής της $s_3$

Συντ.Κέρδ. $c_j$		140	100	0	0	0	
	Βασ.Μετ.	$x_1$	$x_2$	$s_1$	$s_2$	$s_3$	$B_j$
0	$s_1$	0	0	1	2	-4	80
140	$x_1$	1	0	0	3/4	-1/2	90
100	$x_2$	0	1	0	-1	1	20
	$z_j$	140	100	0	5	30	14600
	$c_j - z_j$	0	0	0	-5	-30	

- Αν διατεθεί 1 ώρα λιγότερη στο Στιλβωτήριο (δλδ αυξηθεί η  $s_3$  κατά 1 μονάδα ) για τη νέα βέλτιστη λύση θα πρέπει να αυξηθεί η  $s_1$  κατά 4, η  $x_1$  να αυξηθεί κατά -1/2 και η  $x_2$  να μειωθεί κατά 1.
- Αν προστεθεί μια επιπλέον ώρα στο Στιλβωτήριο (δλδ αν μειωθεί η  $s_3$  κατά 1 μονάδα) τότε για τη νέα βέλτιστη λύση θα πρέπει να μειωθεί η  $s_1$  κατά 4, η  $x_1$  να μειωθεί κατά -1/2 και η  $x_2$  να αυξηθεί κατά 1.
- Η αύξηση ή μείωση του κέρδους ανάλογα με το αν θα προστεθεί στο Στιλβωτήριο 1 ώρα ή θα αφαιρεθεί θα είναι  $-1/2 \cdot 140 + 1 \cdot 100 = -70 + 100 = 30$



# Σκιώδεις τιμές περιορισμών

## Ερμηνεία σκιωδών τιμών

Οι σκιώδεις τιμές (shadow prices) των περιορισμών εκφράζουν την οριακή αξία κάθε επιπλέον μονάδας στις ποσότητες των περιορισμών.

## Σκιώδεις τιμές περιορισμών (ΕΠΙΠΛΟΞΥΛ)

Συντ.Κέρδ. $c_j$		140	100	0	0	0	
	Βασ.Μετ.	$x_1$	$x_2$	$s_1$	$s_2$	$s_3$	$B_i$
0	$s_1$	0	0	1	2	-4	80
140	$x_1$	1	0	0	3/4	-1/2	90
100	$x_2$	0	1	0	-1	1	20
	$z_j$	140	100	0	5	30	14600
	$c_j - z_j$	0	0	0	-5	-30	

- Οι τιμές της σειράς  $c_j - z_j$  που αντιστοιχούν στις μεταβλητές  $s_1$ ,  $s_2$  και  $s_3$  είναι 0, -5 και -30 και δηλώνουν ποια θα είναι η αύξηση του κέρδους αν κάθε μια από αυτές τις μεταβλητές αυξηθεί κατά 1
- Η οικονομική αξία 1 επιπλέον ώρας στο Βαφείο είναι 5, η οικονομική αξία 1 επιπλέον ώρας στο Στιλβωτήριο είναι 30 ενώ δεν έχει οικονομική αξία 1 επιπλέον ώρα στο Βαφείο