

# Επιχειρησιακή έρευνα (άσκηση για το εργαστήριο)

ΤΕΙ Ηπείρου (Τμήμα Λογιστικής και Χρηματοοικονομικής)  
Γκόγκος Χρήστος  
(13-01-2015)

Μια επιχείρηση πρόκειται να εκμεταλλευτεί μια έκταση 50 στρεμμάτων προκειμένου να κατασκευάσει ένα πάρκο ψυχαγωγίας. Η έκταση θα πρέπει να χωριστεί σε 3 κατηγορίες: χώρος περιπάτου, εστιατόρια – καφετέριες και εμπορικά. Κάθε στρέμμα όταν χρησιμοποιείται για περίπατο αποδίδει κέρδος 150 ευρώ ανά ώρα, όταν χρησιμοποιείται από εστιατόρια-καφετέριες αποδίδει 200 ευρώ ανά ώρα και όταν χρησιμοποιείται από εμπορικά αποδίδει 300 ευρώ ανά ώρα. Ταυτόχρονα θα πρέπει να ικανοποιούνται και οι ακόλουθοι περιορισμοί:

- Το πολύ 10 στρέμματα είναι κατάλληλα για εμπορικά καταστήματα.
- Θα πρέπει να υπάρχουν τουλάχιστον 1000 δένδρα στο πάρκο. Δίνεται ότι ένα στρέμμα για εστιατόρια έχει 30 δένδρα, για περιπάτους έχει 20 δένδρα ενώ για εμπορικά δεν έχει κανένα δένδρο.
- Θα πρέπει να εργάζονται το πολύ 200 άτομα στο πάρκο. Δίνεται ότι απαιτούνται 3 άτομα ανά στρέμμα περιπάτου, 6 άτομα ανά στρέμμα που θα χρησιμοποιηθεί από εστιατόρια-καφετέριες και 5 άτομα ανά στρέμμα που θα χρησιμοποιηθεί από εμπορικά.

<http://mat.gsia.cmu.edu/classes/QUANT/NOTES/chap8.pdf>

## 1. Ερωτήσεις για τη μοντελοποίηση και επίλυση του προβλήματος στο EXCEL

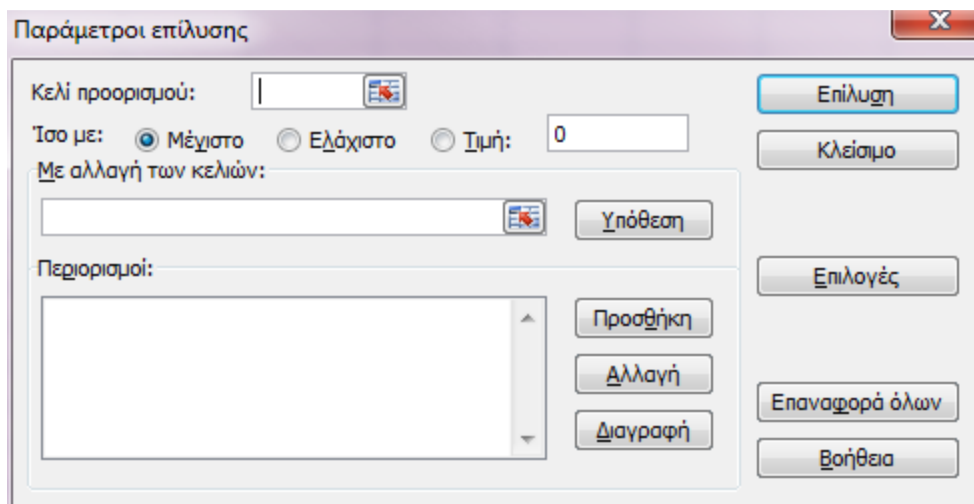
A) Αν το πρόβλημα περιγραφεί στο Excel όπως στην Εικόνα 1 γράψτε τους τύπους που δίνουν:

Στο κελί B5 τη συνολική έκταση και από τις 3 χρήσεις γης	
Στο κελί D5 τα συνολικά δένδρα	
Στο κελί E5 το συνολικό αριθμό εργαζόμενων	
Στο κελί B13 το συνολικό κέρδος	

	A	B	C	D	E
1		Έκταση	Κέρδος ανά ώρα	Δένδρα	Εργαζόμενοι
2	Χώρος περιπάτου	0	150	20	3
3	Εστιατόρια - καφετέριες	0	200	30	6
4	Εμπορικά	0	300	0	5
5		0		0	0
6					
7	Ανώτατο όριο συνολικής έκτασης	50			
8	Ανώτατο όριο έκτασης εμπορικών	10			
9	Κατώτατο όριο δένδρων	1000			
10	Ανώτατο όριο αριθμού εργαζόμενων	200			
11					
12					
13	Συνολικό κέρδος	0			
14					

Εικόνα 1

Β) Τι θα πρέπει να συμπληρωθεί για να επιλυθεί το πρόβλημα στο παράθυρο που φαίνεται στην Εικόνα 2;



Εικόνα 2

Κελί προορισμού	
Με αλλαγή των κελιών	
Περιορισμοί	

Γ) Με τη βοήθεια των εικόνων 3, 4, και 5 απαντήστε στις ερωτήσεις:

1. Ποια είναι η λύση του προβλήματος που δίνει βέλτιστη διάθεση του χώρου;
2. Ποιο θα είναι το κέρδος ανά ώρα του ψυχαγωγικού πάρκου;
3. Έστω ότι η απόδοση του κάθε στρέμματος που χρησιμοποιείται από εμπορικά είναι 180 ευρώ ανά ώρα. Αρκούν τα αποτελέσματα της ανάλυσης ευαισθησίας για να προσδιοριστεί το νέο κέρδος ανά ώρα και αν αυτό ισχύει ποιο θα είναι το νέο κέρδος ανά ώρα;
4. Έστω ότι η απόδοση του κάθε στρέμματος που χρησιμοποιείται από εστιατόρια είναι 180 ευρώ ανά ώρα. Αρκούν τα αποτελέσματα της ανάλυσης ευαισθησίας για να προσδιοριστεί το νέο κέρδος ανά ώρα και αν αυτό ισχύει ποιο θα είναι το νέο κέρδος ανά ώρα;
5. Αν αυξηθεί ο αριθμός των απαιτούμενων δένδρων σε 1020 πόσο θα κοστίζει σε ευρώ ανά ώρα;
6. Αν αυξηθεί ο αριθμός των απαιτούμενων δένδρων σε 1200 πόσο θα κοστίζει σε ευρώ ανά ώρα;
7. Μια κατασκευαστική εταιρία μπορεί να μετατρέψει 5 στρέμματα της έκτασης σε έκταση διαθέσιμη για εμπορικά καταστήματα. Ποια θα είναι η αξία αυτής της μετατροπής σε ευρώ ανά ώρα;
8. Ποιο θα είναι το μερίδιο σε ευρώ ανά ώρα που θα πρέπει να δοθεί σε πιθανό συνεργάτη ο οποίος προτίθεται να συνεισφέρει 5 επιπλέον στρέμματα.

	A	B	C	D	E
1		Έκταση	Κέρδος ανά ώρα	Δένδρα	Εργαζόμενοι
2	Χώρος περιπάτου	31,25	150	20	3
3	Εστιατόρια - καφετέριες	12,5	200	30	6
4	Εμπορικά	6,25	300	0	5
5		50		1000	200
6					
7	Ανώτατο όριο συνολικής έκτασης	50			
8	Ανώτατο όριο έκτασης εμπορικών	10			
9	Κατώτατο όριο δένδρων	1000			
10	Ανώτατο όριο αριθμού εργαζόμενων	200			
11					
12					
13	Συνολικό κέρδος	9062,5			
14					

Εικόνα 3

6	Κελί προορισμού (Μέγιστο)					
7	<b>Κελί</b>	<b>Όνομα</b>	<b>Αρχική τιμή</b>	<b>Τελική τιμή</b>		
8	\$B\$13	Συνολικό κέρδος Έκταση	0	9062,5		
9						
10						
11	Ρυθμιζόμενα κελιά					
12	<b>Κελί</b>	<b>Όνομα</b>	<b>Αρχική τιμή</b>	<b>Τελική τιμή</b>		
13	\$B\$2	Χώρος περιπάτου Έκταση	0	31,25		
14	\$B\$3	Εστιατόρια - καφετέριες Έκταση	0	12,5		
15	\$B\$4	Εμπορικά Έκταση	0	6,25		
16						
17						
18	Περιορισμοί					
19	<b>Κελί</b>	<b>Όνομα</b>	<b>Τιμή κελιού</b>	<b>Τύπος</b>	<b>Κατάσταση</b>	<b>Απόκλιση</b>
20	\$B\$5	Έκταση	50	\$B\$5<=\$B\$7	Υποχρεωτικός	0
21	\$E\$5	Εργαζόμενοι	200	\$E\$5<=\$B\$10	Υποχρεωτικός	0
22	\$D\$5	Δένδρα	1000	\$D\$5>=\$B\$9	Υποχρεωτικός	0
23	\$B\$4	Εμπορικά Έκταση	6,25	\$B\$4<=\$B\$8	Μη υποχρεωτικός	3,75
24						
25						

Εικόνα 4

Κελί	Όνομα	Τελική τιμή	Μειωμένο κόστος	Αντικειμενικός συντελεστής	Επιτρεπόμενη αύξηση	Επιτρεπόμενη μείωση
\$B\$2	Χώρος περιπάτου Έκταση	31,25	0	150	83,33333333	76,66666667
\$B\$3	Εστιατόρια - καφετέριες Έκταση	12,5	0	200	115	125
\$B\$4	Εμπορικά Έκταση	6,25	0	300	1E+30	116,6666667

Κελί	Όνομα	Τελική τιμή	Σκιάδης τιμή	Περιορισμός R.H. Side	Επιτρεπόμενη αύξηση	Επιτρεπόμενη μείωση
\$B\$5	Έκταση	50	143,75	50	10	16,66666667
\$E\$5	Εργαζόμενοι	200	31,25	200	30	50
\$D\$5	Δένδρα	1000	-4,375	1000	166,6666667	100

Εικόνα 5

## 2. Ερωτήσεις για τη μοντελοποίηση και επίλυση του προβλήματος στο LP SOLVE IDE

A. Γράψτε τη διατύπωση του προβλήματος σε μορφή που να μπορεί να επιλυθεί από το LP Solve IDE (δώστε ως όνομα μεταβλητής για την έκταση του χώρου περιπάτου το x1, για την έκταση του χώρου εστιατορίων καφετεριών το x2 και για την έκταση για εμπορικά το x3).

B. Με τη βοήθεια των εικόνων 6, 7, και 8 απαντήστε στις ίδιες ερωτήσεις που διατυπώθηκαν και στο ερώτημα 1.Γ

Variables	result
	9062,5
x1	31,25
x2	12,5
x3	6,25

Εικόνα 6

Objective	Constraints	Sensitivity		
Objective	Duals			
Variables	from	till	from value	till value
objective	9062,5	9062,5	9062,5	9062,5
x1	73,33333333333333	233,3333333333333	-inf	0
x2	74,99999999999999	315	-inf	0
x3	183,3333333333333	+inf	-inf	0

Εικόνα 7

Objective	Constraints	Sensitivity		
Objective	Duals			
Variables	value	from	till	
objective	9062,5	9062,5	9062,5	
R1	143,75	33,33333333333333	60	
R2	-4,375	900	1166,666666666667	
R3	31,25	150	230	
x1	0	-inf	+inf	
x2	0	-inf	+inf	
x3	0	-inf	+inf	

Εικόνα 8. (R1 είναι ο περιορισμός για τη συνολική έκταση, R2 είναι ο περιορισμός για τα δένδρα και R3 για τους υπαλλήλους)

### 3. Ερωτήσεις για τη μοντελοποίηση και επίλυση του προβλήματος στο OCTAVE

Να συμπληρώσετε τον ακόλουθο κώδικα έτσι ώστε να επιλύει το πρόβλημα στο Octave

```

c = [          ]; # συντελεστές αντικειμενικής συνάρτησης
A = [

                ]; # συντελεστές περιορισμών
b = [          ]; # ποσότητες περιορισμών
lb = [0 0 0];
ub = [inf inf inf];
ctype="        "; # τύποι περιορισμών
vartype="      "; # τύποι μεταβλητών
s= ; # είδος προβλήματος
param.msglev=1;
[xmax, fmax, status, extra]=glpk(c, A, b, lb, ub,ctype, vartype, s,
param);
xmax
fmax

```

## Απαντήσεις

1.A

Στο κελί B5 τη συνολική έκταση και από τις 3 χρήσεις γης	<b>=SUM (B2 : B4)</b>
Στο κελί D5 τα συνολικά δένδρα	<b>=SUMPRODUCT (B2 : B4 ; D2 : D4)</b>
Στο κελί E5 το συνολικό αριθμό εργαζόμενων	<b>=SUMPRODUCT (B2 : B4 ; E2 : E4)</b>
Στο κελί B13 το συνολικό κέρδος	<b>=SUMPRODUCT (B2 : B4 ; C2 : C4)</b>

1.B

Κελί προορισμού	<b>B13</b>
Με αλλαγή των κελιών	<b>B2 : B4</b>
Περιορισμοί	<b>B4&lt;=B8 B5&lt;=B7 D5&gt;=B9 E5&lt;=B10</b>

1.Γ

1. Η βέλτιστη διάθεση της έκτασης αναθέτει 31,25 στρέμματα σε χώρους περιπάτου, 12,5 στρέμματα σε εστιατόρια-καφετέριες και 6,25 στρέμματα σε εμπορικά.
2. Το βέλτιστο κέρδος ανά ώρα είναι 9062,5 ευρώ.
3. Ο συντελεστής της αντικειμενικής συνάρτησης για τα εμπορικά μπορεί να λάβει τιμές από 183,33 μέχρι  $+\infty$  και η λύση να μην διαταραχθεί, άρα η τιμή 180 είναι εκτός ορίων και δεν μπορεί να προσδιοριστεί το αποτέλεσμα που θα προκύψει μόνο από τις πληροφορίες της ανάλυσης ευαισθησίας.
4. Ο συντελεστής της αντικειμενικής συνάρτησης για τα εστιατόρια μπορεί να λάβει τιμές από 75 μέχρι 315 και η λύση να μην διαταραχθεί, άρα η τιμή 180 είναι εντός ορίων και η βέλτιστη λύση θα λάβει την τιμή  $31,25 \cdot 150 + 12,5 \cdot 180 + 6,25 \cdot 300 = 8812,5$  ευρώ ανά ώρα.
5. Ο αριθμός δένδρων 1020 είναι εντός των ορίων (900, 1166,67) και για κάθε επιπλέον δένδρο το κέρδος θα μειώνεται κατά 4,375 ευρώ, άρα για 20 δένδρα το κέρδος θα μειωθεί κατά  $20 \cdot 4,375 = 87,5$  ευρώ ανά ώρα.
6. Ο αριθμός δένδρων 1200 είναι εκτός των ορίων (900, 1166,67) και συνεπώς δεν μπορεί να προσδιοριστεί το αποτέλεσμα που θα προκύψει μόνο από τις πληροφορίες της ανάλυσης ευαισθησίας.
7. Η αξία της μετατροπής στρεμμάτων της έκτασης σε διαθέσιμη έκταση για εμπορικά είναι μηδέν καθώς υπάρχει ήδη διαθέσιμη έκταση για εμπορικά η οποία δεν χρησιμοποιείται στη βέλτιστη λύση.
8. Η αξία κάθε στρέμματος στο εύρος τιμών (33,33 έως 60 ) είναι 143,75 άρα το μερίδιο θα πρέπει να είναι το πολύ  $5 \cdot 143,75 = 718,75$  ευρώ ανά ώρα.

2.A

<b>max: <math>150x_1 + 200x_2 + 300x_3</math>;</b> <b><math>x_1 + x_2 + x_3 \leq 50</math>;</b> <b><math>x_3 \leq 10</math>;</b> <b><math>20x_1 + 30x_2 \geq 1020</math>;</b> <b><math>3x_1 + 6x_2 + 5x_3 \leq 200</math>;</b>
--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

2.B

Ομοίως με το 1.Γ

3.

```
c = [150 200 300];
A = [ 1  1  1;
      0  0  1;
      20 30 0;
      3  6  5];
b = [50 10 1000 200];
lb = [0 0 0];
ub = [inf inf inf];
ctype="UULU";
vartype="CCC";
s=-1;
param.msglev=1;
[xmax, fmax, status, extra]=glpk(c, A, b, lb, ub,ctype, vartype, s,
param);
xmax
fmax
```